

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Егорова Галина Викторовна
Должность: Проректор по учебной работе
Дата подписания: 16.11.2022 15:57:56
Уникальный программный ключ:
4963a4167398d8232817460cf5aa76d186dd7c25

**Министерство образования Московской области
государственное образовательное учреждение высшего образования
Московской области
«Государственный гуманитарно-технологический университет»
(ГГТУ)**

УТВЕРЖДАЮ

проректор



20 мая 2022г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.07.02

Геометрия

Направление подготовки	44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) программы	Математика
Квалификация выпускника	Бакалавр
Форма обучения	Очная

**Орехово-Зуево
2022 г.**

1. Пояснительная записка

Предметом изучения в рамках настоящего курса являются: понятия, идеи и методы геометрии евклидова, аффинного и проективного пространств, а также вопросы оснований геометрии.

Учебная программа дисциплины «Геометрия» разработана в соответствии со стандартами высшего образования и ориентирована на формирование широкой точки зрения студента – педагога о фундаментальных понятиях геометрии. Выпускник должен иметь представление о групповой и структурной точке зрения на геометрию и обладать необходимыми знаниями, умениями и навыками для продолжения своего образования в области современной геометрии и методики её преподавания.

Рабочая программа дисциплины составлена на основе учебного плана 44.03.01 «Педагогическое образование» по профилю «Математика» 2022 года начала подготовки.

При реализации образовательной программы университет вправе применять дистанционные образовательные технологии.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

2.1 Цели дисциплины

Целью учебной дисциплины «Геометрия» является формирование у студентов компетенций, необходимых для осуществления профессиональной деятельности в области преподавания математики в образовательных учреждениях разного типа в соответствии с требованиями образовательных стандартов.

2.2 Задачи дисциплины

-сформировать у студентов комплекс знаний, умений и навыков

по векторной алгебре, методу координат, группам преобразований, геометрии многомерного пространства, теории линий евклидова пространства, проективной геометрии и основаниям геометрии,

необходимых для эффективного решения профессиональных задач, возникающих в практике обучения математике в школе и вузе.

2.3 Знания и умения обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

В результате изучения дисциплины «Геометрия» студент должен обладать следующими компетенциями:	Коды формируемых компетенций
Универсальные компетенции (УК) Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных	УК-1

задач.	
Профессиональные компетенции (ПК) Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.	ПК-1

Индикаторы достижения компетенций

Код и наименование универсальной компетенции	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	<p>УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение.</p> <p>УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры , способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.</p> <p>УК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений.</p>

Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	<p>ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).</p> <p>ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.</p> <p>ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий , применять методы, приемы и технологии обучения , в том числе информационные.</p>

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Геометрия» относится к обязательной части образовательной программы (Б1.О.07.02).

Программа курса предполагает наличие у студентов знаний по дисциплинам: «Алгебра», «Математический анализ», а также знаний, сформированных в школьном курсе «Геометрия».

4.1. Структура и содержание дисциплины

№ п/п	Раздел/тема	Семестр	Виды учебных занятий				Промежуточная аттестация
			Контактная работа (ауд.)			СРС	
			Лекции	ЛЗ	ПЗ		
	Раздел 1. Элементы векторной алгебры	1	6	-	10	28	
1.	Тема 1. Векторное пространство. Базис. Координаты вектора	1	3	-	6	12	
2.	Тема 2. Скалярное, векторное и смешанное произведения	1	3	-	4	16	
	Раздел 2. Аналитическая геометрия на плоскости	1	6	-	10	16	
3.	Тема 3. Прямая на плоскости	1	3	-	6	6	
4.	Тема 4. Кривые второго порядка	1	3	-	4	10	
	Раздел 3. Аналитическая геометрия в пространстве	1	6	-	16	10	
5.	Тема 5а. Плоскость и прямая в пространстве	1	6	-	16	10	
	Промежуточная аттестация – экзамен			-			36
	Итого за 1 семестр		18	-	36	54	36
	Тема 5б. Плоскость и прямая в пространстве	2	4	-	4	10	
6.	Тема 6. Поверхности второго порядка	2	6	-	6	10	
	Раздел 4. Групповой подход к геометрии	2-3		-			

	Тема 7. Преобразования плоскости	2	8	-	8	16	
	Промежуточная аттестация– зачет						
	Итого за 2 семестр		18	-	18	36	
8.	Тема 8. Элементы многомерной геометрии	3	8	-	12	20	
	Раздел 5. Проективная геометрия	3	10	-	24	34	
9.	Тема 9. Понятие проективного пространства	3	4	-	6	10	
10.	Тема 10. Основные факты проективной геометрии	3	6	-	18	24	
	Промежуточная аттестация– зачет						
	Итого за 3 семестр		18	-	36	54	
	Раздел 6. Элементы дифференциальной геометрии	4	8	-	36	44	
11.	Тема 11. Вектор- функция одного скалярного аргумента	4	-	-	4	4	
12.	Тема 12. Кривые в евклидовом пространстве	4	6	-	16	22	
13.	Тема 13. Поверхности в евклидовом пространстве	4	2	-	16	18	
	Раздел 7. Основания геометрии	4	10	-	-	10	
14.	Тема 13. «Начала» Евклида и их критика	4	4	-	-	4	
15.	Тема 14. Элементы геометрии Лобачевского	4	6	-	-	6	
	Промежуточная аттестация– экзамен						36
	Итого за 4 семестр		18	-	36	54	36

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам)

Лекции

Раздел 1. Элементы векторной алгебры

Тема 1. Векторное пространство. Базис. Координаты вектора

Векторы. Линейные операции над векторами.

Направленный отрезок. Равенство направленных отрезков. Понятие свободного вектора. Сложение векторов и его свойства. Вычитание векторов. Умножение вектора на число и его свойства.

Векторное пространство. Линейная зависимость векторов.

Понятие векторного (линейного) пространства и подпространства. Примеры. Понятие линейно зависимой системы векторов. Исследование системы векторов с позиций линейной зависимости. Линейная зависимость и коллинеарность векторов.

Базис. Координаты вектора.

Линейная зависимость и компланарность векторов. Понятие базиса и размерности векторного пространства. Аффинный и ортонормированный базисы. Координаты вектора и их свойства. Проекция вектора на ось и её свойства: проекция на ось суммы векторов и произведения вектора на число.

Тема 2. Скалярное, векторное и смешанное произведения

Скалярное произведение векторов.

Ортогональная проекция вектора на ось и её свойства. Определение скалярного произведения. Геометрические и алгебраические свойства скалярного произведения. Вычисление длины вектора и угла между векторами. Выражение скалярного произведения векторов в координатах.

Векторное и смешанное произведения векторов.

Определение векторного произведения. Геометрические и алгебраические свойства векторного произведения векторов. Выражение векторного произведения векторов в координатах. Определение смешанного произведения векторов. Геометрический смысл смешанного произведения векторов. Смешанное произведение и компланарность векторов. Выражение смешанного произведения векторов в координатах.

Раздел 2. Аналитическая геометрия на плоскости

Тема 3. Прямая на плоскости

Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости.

Способы задания прямой на плоскости.

Аффинный репер. Аффинные координаты точки. Деление отрезка в данном отношении. Ортонормированный репер. Прямоугольные декартовы координаты точки. Расстояние между двумя точками. Преобразование координат. Алгебраическая линия и её порядок. Уравнения прямой, заданной: точкой и направляющим вектором, двумя точками, отрезками. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.

Прямая как линия первого порядка.

Метрические задачи теории прямой на плоскости.

Общее уравнение прямой и его исследование. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Пучок прямых. Задание прямой точкой и нормальным вектором. Нормированное уравнение прямой. Вычисление отклонения и расстояния точки от прямой. Угол между двумя прямыми. Вычисление величины ориентированного угла между двумя прямыми на плоскости.

Тема 4. Кривые второго порядка

Эллипс.

Определение и каноническое уравнение эллипса. Свойства эллипса (ограниченность, симметричность, пересечение с осями координат). Изучение формы и изображение эллипса. Эксцентриситет эллипса. Директрисы эллипса.

Гипербола и парабола.

Определение и каноническое уравнение гиперболы. Свойства гиперболы (симметричность, пересечение с осями координат, разбиение на две ветви).

Эксцентриситет гиперболы. Асимптоты и директрисы гиперболы. Определение и каноническое уравнение параболы. Свойства параболы. Полярное уравнение эллипса, гиперболы и параболы.

Классификация кривых 2-го порядка.

Общее уравнение кривой второго порядка и его исследование. Приведение общего уравнения кривой 2-го порядка к каноническому виду. Классификация кривых 2-го порядка.

Раздел 3. Аналитическая геометрия в пространстве

Тема 5. Плоскость и прямая в пространстве

Простейшие задачи аналитической геометрии в пространстве.

Способы задания плоскости в пространстве.

Аффинный репер. Деление отрезка в данном отношении. Ортонормированный репер. Расстояние между двумя точками. Понятие об уравнении поверхности в пространстве. Алгебраическая линия и её порядок. Уравнения плоскости, заданной: точкой и двумя векторами, тремя точками, отрезками.

Плоскость как поверхность первого порядка.

Метрические задачи теории плоскости.

Общее уравнение плоскости и его исследование. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Связка плоскостей. Задание плоскости точкой и вектором нормали. Нормированное уравнение плоскости. Вычисление отклонения и расстояния от точки до плоскости. Вычисление угла между плоскостями.

Способы задания прямой в пространстве.

Метрические задачи теории прямой в пространстве .

Уравнения прямой, заданной: точкой и направляющим вектором, двумя точками, двумя плоскостями. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Пучок плоскостей. Связка прямых. Вычисление угла: между прямой и плоскостью, между двумя прямыми. Вычисление расстояния: от точки до прямой; между скрещивающимися прямыми.

Тема 6. Поверхности второго порядка

Цилиндрические и конические поверхности 2-ого порядка.

Поверхности вращения.

Определение и общее уравнение цилиндрической поверхности 2-ого порядка.

Канонические уравнения и изображение цилиндрических поверхностей 2-ого порядка.

Определение и общее уравнение конической поверхности 2-ого порядка. Каноническое уравнение невырожденного конуса 2-ого порядка. Конические сечения. Определение и уравнение поверхности вращения .

Изучение поверхностей второго порядка по каноническим уравнениям.

Эллипсоид и его свойства. Однополостный гиперболоид и его свойства. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида. Двуполостный гиперболоид и его

свойства. Эллиптический параболоид. Гиперболический параболоид. Прямолинейные образующие гиперболического параболоида.

Раздел 4. Групповой подход к геометрии

Тема 7. Преобразования плоскости

Движения плоскости и их свойства.

Понятие преобразования плоскости. Определение и примеры движений плоскости.

Канонические формулы частных видов движения плоскости. Свойства движений плоскости.

Классификация движений плоскости.

Аналитическое задание движений плоскости. Движения 1-ого и 2-ого рода.

Группа движений плоскости и её подгруппы. Разложение движений плоскости в композицию осевых симметрий. Классификация движений плоскости.

Подобия плоскости и их свойства.

Преобразование подобия плоскости. Гомотетия плоскости и ее свойства. Разложение подобия в композицию гомотетии и движения. Аналитическое задание подобия. Группа подобий плоскости и её подгруппы.

Аффинные преобразования плоскости.

Определение и свойства аффинных преобразований плоскости. Примеры аффинных преобразований плоскости. Формулы аффинных преобразований плоскости. Группа аффинных преобразований плоскости и ее подгруппы. Групповой подход к геометрии.

Тема 8. Элементы многомерной геометрии

Аффинное n -мерное пространство. Аффинные преобразования.

Система аксиом Вейля аффинного пространства A_n и её простейшие следствия. Понятие k -мерной плоскости, полуплоскости, отрезка, луча, угла в аффинном пространстве A_n . Аффинный репер. Преобразование аффинных координат. Уравнения k -мерной плоскости. Взаимное расположение k - плоскостей в n -мерном аффинном пространстве A_n . Определение и свойства аффинных преобразований аффинного пространства A_n . Формулы аффинных преобразований. Группа аффинных преобразований и её подгруппы.

Евклидово n -мерное пространство. Движения евклидова пространства E_n .

Определение евклидова n -мерного векторного пространства. Нахождение длины вектора и величины угла между векторами. Определение евклидова пространства E_n . Расстояние между двумя точками. Определение и свойства движений пространства E_n . Формулы движений пространства E_n . Группа движений пространства E_n . Примеры её подгрупп.

Преобразование подобия. Групповой подход к геометрии.

Преобразование подобия пространства E_n . Гомотетия пространства E_n и её свойства.

Разложение подобия в композицию гомотетии и движения. Формулы подобий евклидова пространства E_n . Группа подобий и её подгруппы. Предмет геометрии

Раздел 5. Проективная геометрия

Тема 9. Понятие проективного пространства

Проективное пространство и его модели.

Определение n -мерного проективного пространства. Модели проективной прямой и проективной плоскости. Простейшие свойства двумерного и трехмерного проективных пространств.

Проективные координаты. Прямая на проективной плоскости.

Определение проективного репера. Проективные координаты точек и их свойства. Теорема о строении проективного репера. Формулы преобразования проективных координат. Построение точек по их координатам на моделях прямой и плоскости. Параметрические уравнения прямой на проективной плоскости. Уравнение прямой на плоскости.

Тема 10. Основные факты проективной геометрии

Принцип двойственности. Теорема Дезарга.

Соответствие между точками и прямыми на проективной плоскости. Принцип двойственности. Примеры двойственных предложений. Теорема Дезарга. Частные случаи теоремы Дезарга на расширенной плоскости.

Проективные преобразования.

Определение и свойства проективных отображений. Проективные и перспективные отображения. Определение и свойства проективных преобразований. Группа проективных преобразований. Формулы проективных преобразований. Проективные преобразования плоскости. Гомология и её свойства.

Сложное отношение.

Сложное отношение четырех точек одной прямой и его свойства. Сложное отношение четырех прямых одного пучка. Гармонические четверки точек. Полный четырехвершинник и его свойства.

Кривые второго порядка на проективной плоскости.

Независимость определения кривой от выбора проективного репера. Приведение уравнения кривой к каноническому виду. Классификация кривых второго порядка.

Взаимное расположение прямой и кривой 2-го порядка. Сопряженность точек относительно кривой. Поляра, полюс, поляритет.

Раздел 6. Элементы дифференциальной геометрии

Тема 11. Кривые в евклидовом пространстве

Вектор- функция одного скалярного аргумента.

Определение и примеры вектор - функций одного скалярного аргумента. Предел вектор – функции одного скалярного аргумента и его свойства. Непрерывность вектор – функций одного скалярного аргумента. Производная и теоремы о дифференцируемости вектор – функций одного скалярного аргумента. Формула Тейлора.

Понятие кривой в евклидовом пространстве.

Определение и примеры элементарных кривых в евклидовом пространстве. Гладкие и регулярные кривые. Длина дуги кривой. Натуральный параметр. Касательная и ее уравнение. Нормальная плоскость.

Формулы Френе. Натуральные уравнения.

Соприкасающаяся плоскость. Бинормаль и главная нормаль. Ортогональный подвижной репер. Репер Френе и его деривационные формулы. Кривизна и кручение и их геометрический смысл. Вычислительные формулы кривизны и кручения. Натуральные уравнения. Классы линий.

Тема 12. Поверхности в евклидовом пространстве.

Понятие поверхности в евклидовом пространстве. Элементарная поверхность. Понятие общей поверхности, простой поверхности. Уравнение поверхности. Гладкие и регулярные поверхности. Касательная плоскость и нормаль поверхности.

Первая квадратичная форма поверхности. Вычисление длины дуги линии на поверхности. Вычисление угла между линиями на поверхности. Вычисление площади области на поверхности.

Раздел 7. Основания геометрии

Тема 13. «Начала» Евклида и их критика

Проблема пятого постулата Евклида.

Геометрия до Евклида. "Начала" Евклида. Обзор содержания первой книги «Начал».

Пятый постулат Евклида и аксиома параллельных. Пятый постулат Евклида и теорема о сумме углов треугольника. Первая и вторая теоремы Саккери – Лежандра.

Возникновение современной аксиоматики евклидовой геометрии.

Открытие неевклидовой геометрии. Система аксиом Гильберта евклидовой геометрии.

Обоснование евклидовой геометрии по Вейлю.

Тема 14. Элементы геометрии Лобачевского

Аксиома Лобачевского и её простейшие следствия.

Н.И. Лобачевский и его геометрия. Аксиома Лобачевского. Теорема о сумме углов треугольника. Теорема о сравнении треугольников на плоскости Λ_2 . Теорема о взаимном расположении прямых на плоскости Λ_2 .

Прямые на плоскости Лобачевского.

Взаимное расположение прямых на плоскости Лобачевского.

Определение параллельных и расходящихся прямых. Свойства параллельных прямых.

Угол параллельности и его свойства. Функция Лобачевского и её свойства.

Окружность, эквидистанта и орицикл.

Практические занятия

Практические занятия проводятся в форме практикума: предполагается решение задач разного уровня сложности при опоре на определения и свойства основных понятий по теме.

Раздел 1. Элементы векторной алгебры

Учебные цели:

Сформировать систематизированные знания студентов по методам решения задач векторной алгебры и её приложений к школьному курсу геометрии.

Практическое занятие 1.

Тема: Векторное пространство. Базис. Координаты вектора

Понятие вектора. Сложение векторов.

Учебные цели:

1. Повторить основные этапы введения понятия «свободный вектор» и сформулировать определение.

2. Повторить определение понятия суммы векторов.

3. Решить задачи на использование определения и свойств сложения векторов.

Основные термины и понятия:

-направленный отрезок,

-свободный вектор (вектор),

-сумма векторов.

Практическое занятие 2.

Тема: Векторное пространство. Базис. Координаты вектора

Линейные операции над векторами.

Учебные цели:

1. Решить задачи на использование определения и свойств линейных операций над векторами.

Основные термины и понятия:

- сумма векторов,
- разность векторов,
- произведение вектора на число,
- векторное пространство.

Практическое занятие 3.

Тема: Векторное пространство. Базис. Координаты вектора

Линейная зависимость векторов. Координаты вектора.

Учебные цели:

1. Решить задачи на установление линейной зависимости или линейной независимости заданной системы векторов.
2. Решить задачи на нахождение координат вектора в данном базисе.
3. Выполнить задания самостоятельной работы №1.

Основные термины и понятия:

- тривиальная и нетривиальная линейная комбинация,
- линейно зависимые и независимые векторы,
- коллинеарные векторы,
- компланарные векторы,
- векторное пространство,
- векторное подпространство,
- базис,
- координаты вектора.

Практическое занятие 4.

Тема: Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов

Скалярное произведение векторов

Учебные цели:

1. Решить задачи на использование определения и свойств скалярного произведения векторов.

Основные термины и понятия:

- проекция вектора на ось,
- скалярное произведение,
- модуль вектора,
- угол между векторами.

Практическое занятие 5,6.

Тема: Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов

Скалярное и векторное произведения векторов

Учебные цели:

1. Решить задачи разного уровня сложности на использование определения и свойств скалярного и векторного произведения векторов.

Основные термины и понятия:

- скалярное произведение,
- векторное произведение,
- площадь параллелограмма.

Практическое занятие 7.

Тема: Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов

Векторное и смешанное произведения векторов.

Учебные цели:

1. Решить задачи разного уровня сложности на использование определения и свойств векторного произведения и смешанного произведения векторов.

Основные термины и понятия:

- векторное произведение,
- смешанное произведение,
- объем параллелепипеда.

Практическое занятие 8.

Тема: Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов

Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.

Учебные цели:

1. Выполнить все задания контрольной работы №1.

Основные термины и понятия:

- скалярное произведение,
- векторное произведение,
- смешанное произведение.

Раздел 2. Аналитическая геометрия на плоскости

Учебные цели:

Сформировать умения использовать векторный и координатный методы при решении задач аналитической геометрии на плоскости:

- а) на составление уравнений прямой;
- б) на исследование различных конфигураций из прямых;
- в) на использование определений, уравнений и свойств эллипса, гиперболы, параболы;
- г) на приведение общего уравнения кривой 2 – ого порядка к каноническому виду и построение кривых.

Практическое занятие 1.

Тема: Прямая на плоскости

Простейшие задачи аналитической геометрии на плоскости

Учебные цели:

1. Рассмотреть решение простейших задач аналитической геометрии на плоскости.
2. Решить задачи на использование формул: а) деления отрезка в данном отношении ; б) вычисления расстояния между точками.

Основные термины и понятия:

- аффинная система координат,
- координаты точки,
- деление отрезка в данном отношении,
- прямоугольная декартова система координат,
- расстояние.

Практическое занятие 2.

Тема: Прямая на плоскости

Способы задания прямой на плоскости

Учебные цели:

1. Обсудить (повторить) способы задания прямой на плоскости.
2. Решить задачи на составление уравнений прямой на плоскости.

Основные термины и понятия:

- направляющий вектор,
- каноническое уравнение,
- параметрические уравнения,
- общее уравнение.

Практическое занятие 3.

Тема: Прямая на плоскости

Способы задания прямой на плоскости.
Взаимное расположение прямых на плоскости.

Учебные цели:

1. Обсудить (повторить) способы задания прямой на плоскости.
2. Решить задачи разного уровня сложности на составление уравнений прямой на плоскости.
3. Рассмотреть возможные случаи взаимного расположения прямых на плоскости.
4. Решить задачи разного уровня сложности на исследование взаимного расположения заданных прямых на плоскости.

Основные термины и понятия:

- уравнение в отрезках ,
- уравнение с угловым коэффициентом.
- параллельные прямые,
- пучок прямых.

Практическое занятие 4,5.

Тема: Прямая на плоскости

Метрические задачи теории прямой на плоскости.

Учебные цели:

1. Решить метрические задачи: на составление уравнения прямой, вычисление расстояний, вычисление углов между прямыми на плоскости.

Основные термины и понятия:

- нормальный вектор,
- отклонение и расстояние точки от прямой,
- угол между прямыми на плоскости,
- ориентированный угол.

Практическое занятие 6.

Тема: Прямая на плоскости

Учебные цели:

1. Выполнить все задания контрольной работы №2.

Практическое занятие 7.

Тема: Кривые второго порядка

Эллипс.

Учебные цели:

1. Повторить определение эллипса и основные формулы , связанные с этой кривой;
2. Решить задачи на составление канонического уравнения эллипса и построения эллипса по его уравнению.

Основные термины и понятия:

- эллипс,
- фокусы,
- каноническое уравнение,
- полуоси,
- эксцентриситет,
- директрисы.

Практическое занятие 8,9.

Тема: Кривые второго порядка

Гипербола. Парабола.

Учебные цели:

1. Повторить определение гиперболы и основные формулы, связанные с этой кривой.
2. Решить задачи на составление канонического уравнения гиперболы и построения гиперболы по её уравнению.
3. Повторить определение параболы и основные формулы, связанные с этой кривой.
4. Решить задачи на составление канонического уравнения параболы и построения параболы по её уравнению.
5. Выполнить задания самостоятельной работы №2(часть1).

Основные термины и понятия:

- гипербола,
- фокусы,
- каноническое уравнение,
- эксцентриситет,
- директрисы,
- асимптоты.

Практическое занятие 10.

Тема: Кривые второго порядка

Приведение общего уравнения кривой 2 – ого порядка к каноническому виду.

Учебные цели:

1. Решить задачи на упрощение общего уравнения кривой второго порядка путем переноса начала координат и изображение данной кривой на чертеже.
2. Решить задачи на упрощение общего уравнения кривой второго порядка путем поворота системы координат и изображение данной кривой на чертеже.
3. Решить задачи на приведение общего уравнения кривой второго порядка к каноническому виду и изображение данной кривой на чертеже.
4. Обсудить схему выполнения заданий домашней самостоятельной работы №2(часть2).

Основные термины и понятия:

- общее уравнение,
- характеристическое уравнение,
- параллельный перенос,
- преобразование координат.

Раздел 3. Аналитическая геометрия в пространстве

Учебные цели:

Сформировать умения использовать векторный и координатный методы при решении задач аналитической геометрии в пространстве:

- а) на составление уравнений плоскости и прямой,
- б) на построение и исследование различных конфигураций из плоскостей и прямых в пространстве,
- в)на использование определений и свойств поверхностей второго порядка, заданных каноническими и общими уравнениями.

Практическое занятие 1,2.

Тема: Плоскость и прямая в пространстве

Способы задания плоскости в пространстве

Учебные цели:

1. Обсудить (повторить) способы задания плоскости в пространстве.
2. Решить задачи разного уровня сложности на составление уравнений плоскости.
3. Выполнить задания самостоятельной работы №3.

Основные термины и понятия:

- аффинная система координат,
- координаты точки,
- параметрические уравнения плоскости,
- общее уравнение плоскости,
- уравнение плоскости в отрезках,
- параллельные плоскости.

Практическое занятие 3,4.

Тема: Плоскость и прямая в пространстве

Способы задания прямой в пространстве.

Взаимное расположение прямых

Учебные цели:

1. Обсудить (повторить) способы задания прямой в пространстве.
2. Решить задачи на составление уравнений прямой в пространстве.
3. Решить задачи на исследования взаимного расположения прямых в пространстве.

Основные термины и понятия:

- направляющий вектор,
- канонические уравнение,
- параметрические уравнения,
- пересекающиеся прямые,
- параллельные прямые,
- скрещивающиеся прямые.

Практическое занятие 5,6.

Тема: Плоскость и прямая в пространстве

Метрические задачи теории плоскости и прямой в пространстве.

Учебные цели:

1. Решить задачи разного уровня сложности на составление уравнения плоскости, вычисление расстояний, вычисление углов между плоскостями.
2. Решить метрические задачи разного уровня сложности :
 - а)на вычисление расстояний от точки до прямой,
 - б) на вычисление расстояний между скрещивающимися прямыми,
 - в) на вычисление углов между прямыми в пространстве,
 - г)на вычисление угла между прямой и плоскостью.

Основные термины и понятия:

- нормальный вектор,
- расстояние точки от плоскости,
- угол между плоскостями.
- угол между прямыми,
- угол между прямой и плоскостью,
- скрещивающиеся прямые.

Практическое занятие 7.

Тема: Плоскость и прямая в пространстве

Учебные цели:

1. Выполнить все задания контрольной работы №3.

Практическое занятие 8,9.

Тема: Поверхности второго порядка

Изучение поверхностей 2-ого порядка по их каноническим уравнениям

Учебные цели:

1. Решить задачи на исследование методом сечений поверхностей второго порядка, заданных общими уравнениями.
2. Решить задачи на составление канонических уравнений поверхностей второго порядка.

Основные термины и понятия:

- эллипсоид,
- однополостный гиперболоид,
- двуполостный гиперболоид,
- эллиптический параболоид,
- гиперболический параболоид,
- метод сечений.

Практические занятия 10,11.

Тема: Поверхности второго порядка

Цилиндрические и конические поверхности 2-ого порядка

Учебные цели:

1. Решить задачи на составление уравнений цилиндрических и конических поверхностей второго порядка.
2. Обсудить схему выполнения заданий домашней самостоятельной работы №4 и выполнить работу.

Основные термины и понятия:

- прямолинейные образующие,
- направляющая,
- общее уравнение,
- каноническое уравнение.

Раздел 4. Групповой подход к геометрии

Учебные цели:

Сформировать систематизированные знания студентов по методам решения задач теории преобразований плоскости и её приложений к школьному курсу геометрии.

Сформировать умения использовать определения и свойства фундаментальных понятий многомерных пространств при решении задач и доказательстве теорем.

Практическое занятие 1,2.

Тема: Преобразования плоскости

Аналитическое задание частных видов движения плоскости

Учебные цели:

1. Повторить определения некоторых видов движения плоскости.
2. Решить задачи:
 - а) на составление формул заданных частных видов движения плоскости;
 - б) на определение образов и прообразов некоторых геометрических фигур при заданных движениях;
 - в) на исследование композиций некоторых заданных движений плоскости.

Основные термины и понятия:

- движение плоскости,
- параллельный перенос,
- поворот плоскости,
- центральная симметрия,
- осевая симметрия,
- скользящая симметрия.

Практическое занятие 3,4.
Тема: Преобразования плоскости
Классификация движений плоскости

Учебные цели:

1. Решить задачи на определение вида и параметров заданных движений плоскости.
2. Рассмотреть приложение теории движений к решению задач элементарной геометрии.
3. Обсудить содержание и схему выполнения заданий теста №1 «Преобразования плоскости».

Основные термины и понятия:

- параллельный перенос,
- поворот,
- осевая симметрия,
- скользящая симметрия.

Практическое занятие 5,6.
Тема: Преобразования плоскости
Преобразование подобия плоскости

Учебные цели:

1. Решить задачи на составление формул, определение вида и параметров заданных подобий плоскости.
2. Рассмотреть применение свойств преобразования подобия плоскости к решению задач элементарной геометрии.

Основные термины и понятия:

- гомотетия,
- подобие,
- формулы подобия плоскости.

Практическое занятие 7.
Тема: Преобразования плоскости
Аффинные преобразования плоскости

Учебные цели:

1. Решить задачи на составление формул, определение вида и параметров заданных аффинных преобразований плоскости.
2. Рассмотреть применение свойств аффинных преобразований к решению задач элементарной геометрии.

Основные термины и понятия:

- перенос,
- косое сжатие,
- косая симметрия,
- сдвиг.

Практическое занятие 8,9.
Тема: Элементы многомерной геометрии
Аффинное n- мерное пространство A_n .

Учебные цели:

1. Повторить аксиомы и определения основных понятий аффинного пространства A_n .
2. Решить задачи:
 - а) на определение аффинных координат точки;
 - б) на составление формул преобразования координат;
 - в) на составление уравнений k- плоскости в аффинном пространстве A_n .
 - г) на исследование взаимного расположения плоскостей в пространстве A_n ;

Основные термины и понятия:

- аффинный репер,

- аффинные координаты,
- преобразование координат,
- k - плоскости.

Практическое занятие 10,11.

Тема: Элементы многомерной геометрии
Аффинные преобразования пространства A_n .

Учебные цели:

1. Решить задачи:
 - б) на составление формул аффинных преобразований;
 - б) на нахождение образов и прообразов точек и k - плоскостей при заданных аффинных преобразованиях.
2. Обсудить содержание и выполнить контрольную работу №4 по многомерной геометрии.

Основные термины и понятия:

- аффинные преобразования,
- формулы аффинных преобразований,
- образ, прообраз k - плоскости;
- аффинная группа.

Практическое занятие 12,13.

Тема: Элементы многомерной геометрии
Евклидово n - мерное пространство E_n .

Учебные цели:

1. Повторить аксиомы и определения основных понятий евклидова пространства E_n .
2. Решить задачи:
 - а) на вычисление расстояний между точками,
 - б) на вычисление угла между векторами,
 - г) на нахождение расстояний от точки до плоскости.
3. Решить задачи:
 - а) на составление формул движений пространства E_n
 - б) на нахождение формул некоторых композиций преобразования подобия.

Основные термины и понятия:

- расстояние между точками,
- уравнения k - плоскости,
- движения пространства,
- преобразование подобия,
- групповой подход к геометрии.

Раздел 5. Проективная геометрия

Учебные цели:

Сформировать систематизированные знания студентов по методам решения задач проективной геометрии и её приложений к школьному курсу геометрии.

Практическое занятие 1,2.

Тема: Понятие проективного пространства
Проективное пространство. Проективные координаты.

Учебные цели:

1. Решить задачи на доказательство , используя аксиомы проективного пространства.
2. Решить задачи на построение точек на моделях проективной прямой по их проективным координатам .
3. Решить задачи на составление формул преобразования проективных координат.

Основные термины и понятия:

- расширенная прямая,
- расширенная плоскость,
- проективный репер,
- преобразование координат.

Практическое занятие 3.

Тема: Понятие проективного пространства

Прямая на проективной плоскости.

Учебные цели:

1. Решить задачи:
 - а) на составление уравнений прямой на проективной плоскости;
 - б) на нахождение точек пересечения прямых.

Основные термины и понятия:

- проективная плоскость,
- проективная прямая,
- проективный репер,
- параметрические уравнения прямой,
- однородное уравнение прямой.

Практическое занятие 4,5.

Тема: Основные факты проективной геометрии

Принцип двойственности. Теорема Дезарга.

Учебные цели:

1. Рассмотреть задачи на доказательство на основе принципа двойственности на проективной плоскости.
2. Решить задачи на исследование конфигурации Дезарга.
3. Рассмотреть применение теоремы Дезарга к решению задач элементарной геометрии.

Основные термины и понятия:

- принцип двойственности,
- трех вершинник,
- центр перспективы, ось перспективы,
- конфигурация Дезарга,
- расширенная плоскость.

Практическое занятие 5*(дополнительное, ЭИОС ГГТУ.)

Тема: Основные факты проективной геометрии

Учебные цели:

1. Выполнить все задания самостоятельной работы №5.

Практическое занятие 6,7.

Тема: Основные факты проективной геометрии

Проективные преобразования плоскости. Гомология.

Учебные цели:

1. Решить задачи на использование аналитического задания проективных преобразований.
2. Решить задачи на построение, используя определение и свойства гомологии.

Основные термины и понятия:

- проективное отображение;
- проективное преобразование
- гомология.

Практическое занятие 8.

Тема: Основные факты проективной геометрии

Сложное отношение.

1. Решить задачи на использование определения и свойств сложного отношения:

- а) четырех точек;
- б) четырех прямых.

Основные термины и понятия:

- сложное отношение четырех точек,
- сложное отношение четырех прямых.

Практическое занятие 9,10

Тема: Основные факты проективной геометрии

Гармонические четверки точек и прямых. Полный четырехвершинник.

Учебные цели:

1. Рассмотреть приложения гармонических свойств полного четырехвершинника к решению задач элементарной геометрии.

Основные термины и понятия:

- сложное отношение четырех точек,
- сложное отношение четырех прямых,
- гармонические четверки,
- полный четырехвершинник.

Практическое занятие 11,12.

Тема: Основные факты проективной геометрии

Кривые 2-ого порядка на проективной плоскости.

Учебные цели:

1. Решить задачи на:
 - а) определение типа кривой 2-ого порядка.
 - б) задание кривой пятью точками.
 - в) исследование взаимного расположения кривой 2-ого порядка и прямой.
 - г) нахождение полюсов и поляра относительно заданной кривой 2-ого порядка.

Основные термины и понятия:

- каноническое уравнение кривой 2-ого порядка,
- полюс и поляра,
- поляритет,
- касательная.

Практическое занятие 12* (дополнительное, ЭИОС ГГТУ.)

Тема: Основные факты проективной геометрии

Учебные цели:

1. Выполнить все задания контрольной работы №5.

Раздел 6. Элементы дифференциальной геометрии

Учебные цели:

Сформировать навыки использования определений и свойств фундаментальных понятий дифференциальной геометрии кривых в трехмерном евклидовом пространстве при решении геометрических задач на вычисление и доказательство.

Практическое занятие 1,2.

Тема: Вектор- функция одного скалярного аргумента

Учебные цели:

1. Сформулировать определение и привести примеры вектор - функции одного скалярного аргумента.
2. Изучить свойства вектор - функции одного скалярного аргумента.
3. Решить задачи на использование свойств вектор - функции одного скалярного аргумента.

Основные термины и понятия:

- предел вектор - функции одного скалярного аргумента,
- непрерывные вектор - функции одного скалярного аргумента,
- производная вектор - функции одного скалярного аргумента.

Практическое занятие 3,4.

Тема: Кривые в евклидовом пространстве

Уравнения кривых в евклидовом пространстве.

Учебные цели:

1. Решить задачи на составление уравнений кривых на плоскости и в пространстве.

Основные термины и понятия:

- регулярная кривая ,
- гладкая кривая.

Практическое занятие 5.

Тема: Кривые в евклидовом пространстве

Длина дуги

Учебные цели:

1. Решить задачи на вычисление длины дуги заданной кривой.

Основные термины и понятия:

- регулярная кривая ,
- длина дуги,
- натуральный параметр линии.

Практическое занятие 6,7.

Тема: Кривые в евклидовом пространстве

Учебные цели:

1. Решить задачи на составление уравнений прямых и плоскостей, ассоциированных с регулярной кривой в евклидовом пространстве.

Основные термины и понятия:

- касательная,
- нормальная плоскость,
- соприкасающаяся плоскость,
- главная нормаль,
- бинормаль,
- спрямляющая плоскость.

Практическое занятие 8,9.

Тема: Кривые в евклидовом пространстве

Учебные цели:

1. Решить задачи на вычисление кривизны и кручения кривой.

2. Решить задачи на построение репера Френе заданной кривой.
3. Обсудить содержание и схему выполнения заданий теста №2 «Кривые в евклидовом пространстве»

Основные термины и понятия:

- касательная,
- нормальная плоскость,
- соприкасающаяся плоскость,
- главная нормаль,
- бинормаль,
- спрямляющая плоскость,
- кривизна и кручение,
- репер Френе.

Практическое занятие 10.

Тема: Кривые в евклидовом пространстве

Учебные цели:

1. Выполнить все задания теста №2 «Кривые в евклидовом пространстве»

Практическое занятие 11,12.

Тема: Поверхности в евклидовом пространстве

Понятие поверхности в евклидовом пространстве

Учебные цели:

1. Решить задачи на составление уравнений поверхностей

Основные термины и понятия:

- регулярная поверхность,
- параметрические уравнение,
- явное и неявное задание.

Практическое занятие 13,14.

Тема: Поверхности в евклидовом пространстве

Касательная плоскость и нормаль поверхности

Учебные цели:

1. Решить задачи на составление уравнений касательной плоскости и нормали поверхности

Основные термины и понятия:

- регулярная поверхность,
- параметрические уравнение,
- явное и неявное задание,
- касательная плоскость поверхности,
- нормаль поверхности.

Практическое занятие 15, 16

Тема: Поверхности в евклидовом пространстве

Первая квадратичная форма поверхности и её приложения

Учебные цели:

1. Решить задачи на нахождение первой квадратичной формы поверхности.
2. Решить задачи на вычисление длины дуги линии на поверхности.
3. Решить задачи на вычисление угла между линиями на поверхности.
4. Решить задачи на площади простого куска поверхности.
5. Выполнить задания теста №3.

Основные термины и понятия:

- длина дуги ,
- угол между линиями на поверхности,
- площадь простого куска поверхности.

Практическое занятие 17,18.

Тема: Поверхности в евклидовом пространстве **Первая квадратичная форма поверхности и её приложения**

Учебные цели:

1. Решить задачи на нахождение уравнений линий на поверхности.
2. Выполнить контрольную работу №6.

Основные термины и понятия:

- ортогональные траектории,
- ортогональная сеть,
- угол между линиями на поверхности.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине(модулю)

Для организации самостоятельной работы обучающихся используется литература:

1. Гусева Н.И. Сборник задач по геометрии в 2-х частях. Часть 1 : учебное пособие / Гусева Н.И., Денисова Н.С., Тесля О.Ю. — Москва :КноРус, 2021. — 527 с. — ISBN 978-5-406-05196-2. — URL: <https://book.ru/book/938044> (дата обращения: 18.05.2022).
2. Гусева Н.И. Сборник задач по геометрии в 2-х частях. Часть 2 : учебное пособие / Гусева Н.И., Денисова Н.С., Тесля О.Ю. — Москва :КноРус, 2021. — 528 с. — ISBN 978-5-406-05200-6. — URL: <https://book.ru/book/938045> (дата обращения: 18.05.2022).
3. Попов, В. Л. Аналитическая геометрия : учебник и практикум для вузов / В. Л. Попов, Г. В. Сухоцкий. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 232 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03003-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490156>(дата обращения: 18.05.2022).

Самостоятельная учебная работа студента определяется программой дисциплины, перечнем теоретических вопросов для текущего промежуточного и итогового контроля знаний. Этот вид учебной деятельности студента предусматривает:

- проработку теоретического материала (изучение теории);
- решение задач и выполнение домашних заданий по определенным темам;
- периодический устный или письменный отчет о выполненных заданиях;
- подготовку к коллоквиумам, контрольным и самостоятельным работам;
- самоконтроль и промежуточный контроль полученных знаний .

Систематичность и добросовестность студента при выполнении заданий для самостоятельной работы могут существенно повлиять на уровень знаний, умений и навыков, формируемых в рамках данной учебной дисциплины. Предполагается, что активная самостоятельная работа студента по данной дисциплине будет способствовать

развитию познавательной самостоятельности и творческой активности студента, формированию достаточно высокого уровня его математической культуры. Кроме того, эффективность и успешность самостоятельной работы студента при изучении данной дисциплины непосредственно связаны с постепенным формированием профессиональных знаний и умений студента - будущего учителя математики.

Задания для организации самостоятельной работы обучающихся

Зачетное задание №1

Тема: Кривые второго порядка

Вариант 1

1. Составить уравнение гиперболы, зная, что расстояние между её вершинами равно 24 и фокусы есть точки $F_1(-10;2)$, $F_2(16;2)$;
2. Составить уравнение параболы, если даны её вершина $A(-2;-1)$ и уравнение директрисы $x+2y-1=0$.
3. Составить уравнение эллипса, если известны его точка $M(2;-1)$, фокус $F(1;0)$ и уравнение соответствующей директрисы $2x-y-10=0$.
4. Привести к каноническому виду уравнения кривых второго порядка, записать формулы преобразования координат и изобразить данные кривые на чертеже:
 - а) $9x^2 - 24xy + 16y^2 + 30x - 40y - 25 = 0$;
 - б) $x^2 - 4y^2 - 4x - 8y - 4 = 0$;
 - в) $9x^2 + 4xy + 6y^2 + 2x - 4y - 4 = 0$;

Вариант 2

1. Составить уравнение эллипса, зная, что его малая ось равна 2 и фокусы есть точки $F_1(-1;-1)$, $F_2(1;1)$;
2. Составить уравнение параболы, если даны её фокус $F(7;2)$ и директриса $x-5=0$.
3. Составить уравнение гиперболы, если известны его эксцентриситет $\varepsilon = \sqrt{5}$, фокус $F(2;-3)$ и уравнение соответствующей директрисы $3x - y + 3=0$.
4. Привести к каноническому виду уравнения кривых второго порядка, записать формулы преобразования координат и изобразить данные кривые на чертеже:
 - а) $x^2+6y^2-6x+12y+13=0$;
 - б) $29x^2+144xy+71y^2-40x+30y-50=0$;
 - в) $9x^2-6xy+y^2 - 3\sqrt{10}x - 9\sqrt{10}y - 90=0$.

Зачетное задание №2

Тема: Плоскость и прямая в пространстве

Вариант 1.

1. Даны вершина $X(1,1,1)$ параллелепипеда $ABCD A'B'C'D'$ и уравнения плоскостей, в которых лежат три его грани :

$$\sigma_1 = (CC'D') : x + y + 2z - 1 = 0;$$

$$\sigma_2 = (BCC') : 2x + y + 3z + 2 = 0;$$

$$\sigma_3 = (A'B'C') : x - y - z + 3 = 0;$$

Напишите уравнение плоскости, в которой лежит грань ABCD данного параллелепипеда ABCDA'B'C'D', при условии, что в пространстве задан :

а) ортонормированный репер $R = \{ O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}, \}$

б) аффинный репер $R = \{ O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \}$.

2. Даны вершины треугольника A(1, -2, -4), B(3, 1, -3), C(5, 1, -7). Составьте уравнения прямой, содержащей:

а) медиану AM;

б) высоту ВН треугольника ABC.

3. Найдите расстояние от точки M(-3, 0, 1) до прямой l:
$$\begin{cases} x + y - z + 2 = 0 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases}$$

Вариант 2.

1. Даны вершина X(1, 1, 1) параллелепипеда ABCDA'B'C'D' и уравнения плоскостей, в которых лежат три его грани :

$$\sigma_1 = (CC'D') : x + y + 2z - 1 = 0;$$

$$\sigma_2 = (BCC') : 2x + y + 3z + 2 = 0;$$

$$\sigma_3 = (A'B'C') : x - y - z + 3 = 0;$$

Напишите уравнение плоскости, в которой лежит грань ABB'A' данного параллелепипеда ABCDA'B'C'D', при условии, что в пространстве задан :

а) ортонормированный репер $R = \{ O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}, \}$

б) аффинный репер $R = \{ O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3 \}$.

2. Даны вершины треугольника A(-1, 1, 2), B(1, 1, 0), C(2, 6, -2). Составьте уравнения прямой, содержащей:

а) медиану BM;

б) высоту AN треугольника ABC.

3. Найдите расстояние от точки M(2, 3, -1) до прямой l:
$$\begin{cases} 2x - 2y + z + 3 = 0 \\ 3x - 2y + 2z + 17 = 0 \end{cases}$$

Зачетное задание №3

Тема: Поверхности второго порядка

Вариант 1

1. Составить уравнение круговой цилиндрической поверхности, если известны уравнения её оси $x = t, y = 1 + 2t, z = -3 - 2t$ и координаты одной из точек P(1, -2, 1) этой поверхности.
2. Составить уравнение кругового конуса, если известно, что его вершина находится в начале координат, ось Oz является осью, точка P(3, -4, 7) принадлежит этой поверхности.
3. Составить уравнение конуса с вершиной в начале координат, направляющая которого задана уравнениями $x^2 - 2z + 1 = 0, y - z + 1 = 0$.
4. Исследовать методом сечений следующую поверхность 2-ого порядка: $x^2 + 2y^2 - 4z^2 - 8z - 8 = 0$.
5. Составить уравнения прямолинейных образующих однополостного гиперболоида $x^2/4 + y^2/9 - z^2/16 = 1$, параллельных плоскости $6x + 4y + 3z - 17 = 0$.

Вариант 2

1. Составить уравнение круговой цилиндрической поверхности, если известны уравнения её оси $x = 5 + 2t$, $y = 1 - t$, $z = 3 + 2t$ и координаты одной из точек $P(2, 0, 1)$ этой поверхности.
2. Составить уравнение кругового конуса, если известно, что его вершина находится в начале координат, ось Oy является осью, а образующие наклонены под углом 60° к оси Oy .
3. Составить уравнение конуса, вершина которого находится в точке $P(3; -1; -2)$ и направляющая задана уравнениями $x^2 + y^2 - z^2 = 1$, $x - y + z = 0$.
4. Исследовать методом сечений следующую поверхность 2-ого порядка:
 $2x^2 + 2y^2 - 4z + 5 = 0$.
5. Определить острый угол, образованный прямолинейными образующими гиперболического параболоида $x^2/4 - y^2/9 = z$, проходящими через точку $A(-2; 0; 1)$.

Зачетное задание №4

Тема : Теорема Дезарга

Задание 1. Построить конфигурацию Дезарга в случае, когда

а) одна из вершин одного из дезарговых трехвершинников является несобственной точкой;

б) две из вершин одного из дезарговых трехвершинников являются несобственными точками.

Задание 2. (задача на построение) На евклидовой плоскости даны две параллельные прямые l и m и точка P , им не принадлежащая. Пользуясь одной линейкой, через точку P проведите прямую, параллельную прямым l и m .

Задание 3. (задача на построение) На чертеже заданы прямая p и не лежащие на ней точки M и N . Пользуясь одной линейкой, постройте точку пересечения прямой p с прямой (MN) , не проводя прямую (MN) .

Задание 4. (задача на построение) На чертеже ограниченных размеров заданы две пары прямых: p, q , пересекающиеся в недоступной точке M , и a, b , пересекающиеся в недоступной точке N . Постройте доступную часть прямой (MN) .

Зачетное задание №5

Тема : Проективные отображения и проективные преобразования

Задание 1. Перспективное отображение прямой на прямую задано двумя парами точек:

$$A(1:0:2) - A'(0:1:2), B(2:0:-1) - B'(3:1:3).$$

Найдите K -образ точки $K'(3:2:5)$ прямой $(A'B')$.

Задание 2. Проективное отображение f прямой на прямую задано тремя парами соответствующих точек $A-A'$, $B-B'$, $C-C'$. Представьте это отображение как композицию двух перспективных отображений и постройте:

- а) образ любой точки прямой d ;
- б) прообраз любой точки прямой d' .

Задание 3. Дано проективное преобразование плоскости :

$$\lambda y^0 = x^0 + x^1$$

$$\lambda y^1 = x^0 + x^2$$

$$\lambda x^2 = x^1 + x^2$$

Найдите :

- а) образ точки $A(1:-1:1)$;
- б) прообраз точки $B'(2:-1:0)$;
- в) образ прямой $b: x^0 - x^1 + 2x^2 = 0$
- г) прообраз прямой $m': x^0 - 2x^1 + 3x^2 = 0$.

Задание 4. На расширенной аффинной плоскости гомология f задана центром S , осью s и парой соответствующих точек A и $A'=f(A)$. Постройте образ произвольной точки M плоскости в каждом из возможных частных случаях гомологии на расширенной плоскости.

Зачетное задание №6

Тема :Сложное отношение. Гармонические четверки

Задание1. Даны четыре точки A, B, C, D проективной прямой такие, что :

$$(AB, CD) = -3. \text{ Найдите } (AC, DB), (AD, BC), (DA, CB).$$

Задание 2. На проективной плоскости P_2 даны три точки A, B, C . Покажите, что эти точки коллинеарны (т.е. лежат на одной прямой) и найдите точку D такую, что

$$(CA, DB) = -1, \text{ если } A(1:-1:2), B(-2:0:1), C(-1:-1:3).$$

Задание 3. На проективной плоскости P_2 даны три прямые a, b, c . Покажите, что эти прямые принадлежат одному пучку, и найдите уравнение прямой d такой, что:

$$(ab, cd) = -1, \text{ если } a(1:-2:-1), b(3:0:1), c(5:-1:1).$$

Задание 4. Докажите, что точка пересечения диагоналей трапеции, точка пересечения продолжений её боковых сторон и середины её оснований лежат на одной прямой.

Задание 5. На аффинной плоскости даны три прямые a, b, c одного пучка $\Pi(O)$, причем прямая перпендикулярна прямой a . Пользуясь одной линейкой, удвойте угол, образованный прямыми a и b .

Задание 6. На аффинной плоскости даны две параллельные прямые. Пользуясь одной линейкой, построить прямую, проходящую через данную точку и параллельную данным прямым.

Задание 7. На аффинной плоскости даны две параллельные прямые и отрезок АВ на одной из них. Пользуясь одной линейкой,

- а) разделите этот отрезок на три равные части;
- б) постройте отрезок, равный одной пятой части отрезка АВ.

Задание 8. На аффинной плоскости даны две параллельные прямые и отрезок АВ на одной из них. Пользуясь одной линейкой, удвойте отрезок АВ.

6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации приведен в приложении.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

7.1. Основная литература:

1. Атанасян, С. Л. Геометрия 1 : учебное пособие / С. Л. Атанасян, В. Г. Покровский ; под редакцией С. Л. Атанасяна ; художник Н. А. Новак. — 3-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2021. — 334 с. — ISBN 978-5-93208-507-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/172246> (дата обращения: 17.05.2022).
2. Атанасян, С. Л. Геометрия 2 : учебное пособие / С. Л. Атанасян, В. Г. Покровский, А. В. Ушаков ; под редакцией С. Л. Атанасяна. — 2-е изд. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 547 с. — ISBN 978-5-00101-678-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/151542> (дата обращения: 17.05.2022).

7.2. Дополнительная литература:

1. Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии : учебное пособие для вузов / Д. В. Клетеник ; Под редакцией Н. В. Ефимова. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 224 с. — ISBN 978-5-8114-1051-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/187823> (дата обращения: 17.05.2022).
2. Львова, Л. В. Проективная геометрия : учебное пособие / Л. В. Львова. — 2-е изд., доп. — Барнаул : АлтГПУ, 2017. — 182 с. — ISBN 978-5-88210-858-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/112177> (дата обращения: 17.05.2022).
3. Павлов, Е. А. Дифференциальная геометрия в упражнениях и задачах : учебное пособие для вузов / Е. А. Павлов, О. И. Рудницкий. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 76 с. — ISBN 978-5-8114-7566-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/179029> (дата обращения: 18.05.2022).
4. Реброва, И. Ю. Геометрические преобразования: элементы проективной геометрии : учебно-методическое пособие / И. Ю. Реброва, Д. Э. Ребров. — Тула : ТГПУ,

2020. — 60 с. — ISBN 978-5-6045159-1-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/167139> (дата обращения: 17.05.2022).

5. Резниченко, С. В. Аналитическая геометрия в примерах и задачах в 2 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / С. В. Резниченко. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 302 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02936-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/491081> (дата обращения: 18.05.2022).
6. Уткин, А. А. Геометрия: Топология. Гладкие линии и поверхности. Основания геометрии : учебное пособие / А. А. Уткин, Т. И. Уткина. — 2-е изд. — Москва : ФЛИНТА, 2017. — 127 с. — ISBN 978-5-9765-3436-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/97113> (дата обращения: 17.05.2022).

8. Перечень современных профессиональных баз данных, информационных справочных систем

Все обучающихся университета обеспечены доступом к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам, которые подлежат обновлению при необходимости, что отражается в листах актуализации рабочих программ

Современные профессиональные базы данных:

1. Министерство образования и науки Российской Федерации <http://mon.gov.ru>
2. Федеральный портал «Российское образование» <http://www.edu.ru>
3. Единое окно доступа к образовательным ресурсам <http://window.edu.ru>
4. Федеральный центр информационно- образовательных ресурсов <http://fcior.edu.ru>
5. Министерство образования Московской области <http://mo.mosreg.ru>
6. Интернет-экзамен в сфере профессионального образования (ФЭПО) <http://www.fepo.ru>
7. Каталог электронных образовательных ресурсов Федерального центра информационно-образовательных ресурсов (ФЦИОР) <http://eor.edu.ru>
8. Портал Федерального института педагогических измерений <http://www.fipi.ru>
9. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://edu-top.ru/katalog/>
10. Образовательные ресурсы Интернета "Все, кто учится" <http://www.alleng.ru>
11. Электронная информационно-образовательная среда Университета <http://dis.ggtu.ru/>
12. «Университетская библиотека online» <http://biblioclub.ru/>
13. Электронно-библиотечная система «Лань» <http://e.lanbook.com/>
14. Электронно-библиотечная система «Юрайт» www.biblio-online.ru
15. Электронная библиотека диссертаций <http://diss.rsl.ru/>

16. Электронные образовательные ресурсы (платформы), используемые при реализации образовательной программы с применением дистанционных образовательных технологий.

Информационные справочные системы:

1. информационно-поисковые системы www.google.ru/, www.yandex.ru/
2. Прикладная математика: Справочник математических формул. Примеры и задачи с решениями: <http://www.pm298.ru>


9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине имеется в наличии следующая материально-техническая база:

Аудитории	Программное обеспечение
<ul style="list-style-type: none">- учебная аудитория для проведения учебных занятий по дисциплине, оснащенная компьютером с выходом в интернет, мультимедиа проектором;- помещение для самостоятельной работы обучающихся, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ГГТУ;- специализированная аудитория для проведения лабораторных работ по дисциплине, оснащенная набором реактивов и лабораторного оборудования;	Операционная система Пакет офисных приложений Браузер Firefox, Яндекс

10. Обучение инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости рабочая программа дисциплины может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья. Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК).

Автор (составитель):  к.ф.-м.н., доцент Панчишина В.А.

Программа одобрена на заседании кафедры математики и экономики 20.05.2022г., протокол №8.

Зав. кафедрой



Каменских Н.А.

**Министерство образования Московской области
Государственное образовательное учреждение
высшего образования Московской области
«Государственный гуманитарно-технологический университет»**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ,
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
Б1.О.07.02**

Геометрия

Направление подготовки	44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) программы	«Математика»
Квалификация выпускника	Бакалавр
Форма обучения	Очная

**Орехово-Зуево
2022г.**

1.1.Индикаторы достижения компетенций

Код и наименование универсальной компетенции	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
<p>УК-1.Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p>УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение.</p> <p>УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры , способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности.</p> <p>УК-1.3. Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений.</p>

Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
<p>ПК-1.Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач</p>	<p>ПК-1.1. Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).</p> <p>ПК-1.2. Умеет осуществлять отбор содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.</p> <p>ПК-1.3. Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий , применять методы, приемы и технологии обучения , в том числе информационные.</p>

1.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оценка уровня освоения компетенций на разных этапах их формирования проводится на основе дифференцированного контроля каждого показателя компетенции в рамках оценочных средств , приведенных в ФОС.

Оценка «отлично» ,«хорошо», «зачтено» соответствует **повышенному** уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания , приведенных в таблице к соответствующему оценочному средству.

Оценка «удовлетворительно», «зачтено» соответствует **базовому** уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания , приведенных в таблице к соответствующему оценочному средству.

Оценка «неудовлетворительно» , «не зачтено» соответствует показателю «**компетенция не освоена**».

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде	Критерии оценивания
<i>Оценочные средства для проведения текущего контроля</i>				
1	Самостоятельная работа (показатель компетенции «Умение»)	Контрольное мероприятие, цель которого состоит в промежуточном контроле знаний по теме.	Комплект заданий	<p>- оценка «5» (отлично) выставляется студенту, если правильно выполнены все задания ;</p> <p>- оценка «4» (хорошо) выставляется студенту, если представлено решение всех задач, включенных в работу; при этом: а) при верном ходе рассуждений решение отдельных задач содержит вычислительные ошибки, приведшие к неверному ответу; б) правильное решение одной-двух задач не доведено до конца;</p> <p>- оценка «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, если правильно выполнено примерно 30% всех заданий.</p> <p>- оценка «2»</p>

				(неудовлетворительно) выставляется студенту, если решение не отвечает ни одному из требований, указанных выше.
2	Тест (показатель компетенции «Владение»)	Контрольное мероприятие, цель которого состоит в выявлении неосвоенных и плохо освоенных вопросов дисциплины после изучения определенной темы.	Комплект заданий	<p>- оценка «5» (отлично) выставляется студенту, если даны правильные ответы на все задания теста, либо - за исключением одного-двух заданий;</p> <p>- оценка «4» (хорошо) выставляется студенту, если даны правильные ответы на 80-70% заданий теста;</p> <p>- оценка «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, если даны правильные ответы на 40% заданий теста</p> <p>- оценка «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, если ответ не соответствует ни одному из требований, указанных выше.</p>

3	<p>Коллоквиум(показатель компетенции «Знание»)</p>	<p>Контрольное мероприятие, целью которого является выявление и корректировка уровня освоения отдельных вопросов дисциплины, наиболее важных для успешного освоения последующих разделов данного учебного курса .Проводится в виде собеседования по билетам.</p>	<p>Вопросы к экзамену и зачету</p>	<p>- оценка «5» (отлично) выставляется студенту, если дан полный ответ на вопрос билета и правильные ответы на дополнительные вопросы;</p> <p>- оценка «4» (хорошо) выставляется студенту, если дан краткий ответ на вопрос билета и правильные ответы на дополнительные вопросы или полный ответ на вопрос билета и один – два неправильных ответа на дополнительные вопросы;</p> <p>- оценка «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, если дан краткий ответ на вопрос билета и неправильные ответы на отдельные дополнительные вопросы;</p> <p>- оценка «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, если ответ не соответствует ни одному из требований , указанных выше.</p>
4	<p>Контрольная работа (показатель компетенции «Владение»)</p>	<p>Контрольное мероприятие, целью которого состоит в выявлении</p>	<p>Комплект заданий .</p>	<p>- оценка «5» (отлично) выставляется студенту, если правильно</p>

		<p>уровня знаний, умений и навыков, сформированных при изучении определенной темы данной дисциплины</p>	<p>выполнены все задания (обоснованно получен правильный ответ), либо допущены незначительные погрешности (решение задачи в целом верное, только на последнем этапе допущены вычислительные ошибки);</p> <p>- оценка «4» (хорошо) выставляется студенту, если представлено решение всех задач, включенных в работу; при этом: а) при верном ходе рассуждений решение отдельных задач содержит вычислительные ошибки, приведшие к неверному ответу; б) правильное решение одной - двух задач не доведено до конца (представлено примерно 80% решения задачи);</p> <p>- оценка «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, если правильно выполнено примерно 30% всех заданий .</p> <p>- оценка «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, если решение не отвечает</p>
--	--	---	--

				ни одному из требований , указанных выше.
<i>Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации</i>				
5	Зачет (показатель компетенций «Знание», «Умение»)	Контрольное мероприятие, которое проводится по окончании изучения дисциплины в виде индивидуальной контрольной работы, содержащей теоретические вопросы и (или) задачи.	Вопросы к зачету	оценка «зачтено» выставляется студенту, если: а) правильно выполнены все задания; б) правильно выполнено 60 % всех заданий и дан правильный ответ на один - два дополнительных вопроса; в) правильно выполнено 40 % всех заданий и дан правильный ответ на дополнительные вопросы; - оценка «не зачтено» выставляется студенту, если ответ не соответствует ни одному из требований , указанных выше.
6	Экзамен (показатель компетенции «Знание»)	Контрольное мероприятие, которое проводится по окончании изучения дисциплины в виде собеседования по	Экзаменационные билеты	- оценка «5» (отлично) выставляется студенту, если дан полный ответ на вопросы билета и правильные ответы на дополнительные вопросы;

		экзаменационным билетам.		<p>- оценка «4» (хорошо) выставляется студенту, если дан краткий ответ на вопросы билета и правильные ответы на дополнительные вопросы или полный ответ на вопросы билета и один – два неправильных ответа на дополнительные вопросы;</p> <p>- оценка «3» (удовлетворительно) выставляется студенту, если дан краткий ответ на вопросы билета и неправильные ответы на отдельные дополнительные вопросы;</p> <p>- оценка «2» (неудовлетворительно) выставляется студенту, если ответ не соответствует ни одному из требований, указанных выше.</p>
--	--	--------------------------	--	--

1.3. Типовые контрольные задания и/ или иные материалы для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и / или опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

Задания для проведения текущего контроля

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий используется <http://dis.ggtu.ru/course/view.php?id=379>

Контрольная работа №1

Тема: Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов

Вариант 1

1. Вычислите угол α между векторами $p = a+b$ и $q = a-b$, если известно, что векторы a и b образуют угол $\varphi = \frac{\pi}{6}$, причем $|a| = \sqrt{3}$, $|b| = 1$.
2. Вычислите длину диагонали AC параллелограмма $ABCD$, построенного на векторах $AB = 2m + n$ и $AD = m - 2n$, если $|m| = \sqrt{2}$ и $|n| = 2$ и угол между векторами m и n равен 45° .
3. Вектор x , перпендикулярный векторам $a\{2;3;-1\}$ и $b\{1;-2;3\}$, образует тупой угол с осью Oy . Зная, что $|x| = 3\sqrt{3}$, найдите его координаты.
4. Вычислите площадь параллелограмма, диагонали которого определяют векторы $p = m + 2n$ и $q = m - 3n$, если m и n – единичные векторы, угол между которыми равен 30° .
5. (*Дополнительное задание*). Даны три вектора $a\{1;2;-1\}$, $b\{2;-2;-1\}$, $c\{1;1;1\}$. Найдите координаты вектора n , зная, что $|n| = 19$, вектор n компланарен векторам a и b , перпендикулярен вектору c и направлен так, что упорядоченные тройки векторов a, b, c и a, n, c имеют противоположную ориентацию.

Вариант 2

1. Вычислите угол α между единичными векторами a и b , если известно, что векторы $p = a + 2b$ и $q = 5a - 4b$ образуют угол $\varphi = \frac{\pi}{2}$.
2. Вычислите длину диагонали BD параллелограмма $ABCD$, построенного на векторах $AB = 2m + n$ и $AD = m - 2n$, если $|m| = \sqrt{2}$ и $|n| = 2$ и угол между векторами m и n равен 45° .
3. Вектор x , перпендикулярный векторам $a\{2;3;-1\}$ и $b\{1;-2;3\}$, образует острый угол с осью Ox . Зная, что $|x| = 3\sqrt{3}$, найдите его координаты.
4. Вычислите площадь параллелограмма, диагонали которого определяют векторы $p = m - 2n$ и $q = 3m + n$, если m и n – единичные векторы, угол между которыми равен 60° .
5. (*Дополнительное задание*). Даны три вектора $a\{1;1;-1\}$, $b\{2;-1;2\}$, $c\{1;1;1\}$. Найдите координаты вектора n , зная, что $|n| = 14$, вектор n компланарен векторам a и b , перпендикулярен вектору c и направлен так, что упорядоченные тройки векторов a, b, c и a, n, c имеют одинаковую ориентацию.

Контрольная работа №2

Тема: Прямая на плоскости

Вариант 1

1. Составьте уравнения средних линий треугольника ABC , середина стороны AC которого находится в точке $M(-2;3)$, вершина B имеет координаты $(6;1)$, сторона AB – параллельна вектору $\vec{a}\{2;-3\}$, сторона BC – проходит через начало координат.
2. Даны уравнения двух сторон прямоугольника: $2x - 3y + 16 = 0$, $3x + 2y - 7 = 0$, а также координаты вершины $A(2;-3)$. Составьте уравнения двух других его сторон

и диагоналей.

3. Составьте уравнения сторон и диагоналей квадрата $ABCD$, если заданы две его соседние вершины $A(-4;1)$ и $B(4;3)$.

Вариант 2

1. Составьте уравнения сторон треугольника ABC , если заданы: его вершина $C(-2;-6)$, середина стороны BC – точка $E(3; -4)$, точка пересечения медиан – точка $M(4; -\frac{4}{3})$.
2. Зная уравнение $x - y + 2 = 0$ одной из диагоналей ромба $ABCD$, вершину $A(-4;5)$, точку $M(6;1)$ на стороне AB , составьте уравнения его сторон и диагонали.
3. Составьте уравнения сторон квадрата $ABCD$, зная его вершину $A(6;-2)$ и центр $P(1;-1)$.

Контрольная работа №3

Тема: Плоскость и прямая в пространстве

Вариант 1

- 1). Определите двугранные углы α и β , образованные пересечением следующих плоскостей $x + 2y + 2z - 3 = 0$ и $16x + 12y - 15z - 1 = 0$
- 2). Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $P(2;3; -1)$, параллельной прямой $\frac{x-5}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+25}{-2}$ и перпендикулярной плоскости $x + y - 2z + 2 = 0$.
- 3). Составьте канонические уравнения прямой, которая проходит через точку $M(2; -1; 1)$ параллельно прямой, заданной двумя плоскостями $x - 3y - 5z + 3 = 0$ и $2x - 4z - 7 = 0$
- 4). Установите взаимное расположение прямых $m_1 : x = 2 + 4t, y = -1 + t, z = 1 - t; m_2 : x = -4 + 2t, y = 2 - 2t, z = -2 - 3t$. Какие это прямые?
- 5). Найдите расстояние от точки $P(-2;1; -3)$ до прямой $x = -3 + 3t, y = -1 + 2t, z = -3 - t$.

Вариант 2

- 1). Определите двугранные углы α и β , образованные пересечением следующих плоскостей

$$x - \sqrt{2}y + z - 1 = 0 \text{ и } x + \sqrt{2}y - z + 3 = 0 .$$

- 2). Составьте уравнение плоскости, проходящей через точку $P(-1; -3; 4)$, параллельной прямой $\frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+4}{2}$ и перпендикулярной плоскости $3x - y + 4z - 7 = 0$.
- 3). Составьте канонические уравнения прямой, которая проходит через точку $M(1; -2; 2)$ параллельно прямой, заданной двумя плоскостями $3x - y + 2 = 0$ и $y - 2z - 4 = 0$
- 4). Установите взаимное расположение прямых $m_1 : x = 2 + 3t, y = -1 - 2t, z = 2t; m_2 : x = -1 + 3t, y = 2 + 2t, z = 1$. Какие это прямые?
- 5). Найдите расстояние от точки $M(2; -1; -1)$ до прямой $x = -1 + t, y = -3 + 2t, z = 3 - 2t$.

Контрольная работа №4

Тема: Элементы многомерной геометрии

Вариант 1

1. Составить параметрические уравнения плоскости пространства A_7 , заданной системой уравнений:

$$x_1 + x_3 - x_5 = 0,$$

$$x_2 + x_4 - x_6 = 0,$$

$$x_5 + x_7 = 0.$$

2. Исследовать взаимное расположение двух плоскостей в пространстве A_5 :

$$x_1 = 2 + t_1 - t_2 + 2t_3,$$

$$x_1 = -1 - t_2,$$

$$x_2 = -1 + 2t_1 + t_2 - t_3,$$

$$x_2 = 3 - 3t_1 + 2t_2,$$

$$x_3 = 3 - t_2 + 3t_3, \text{ и } x_3 = 3 + t_1 - 2t_2,$$

$$x_4 = 1 + 3t_1 - t_3, \text{ и } x_4 = 1 - 3t_1 + 2t_2,$$

$$x_5 = 5 + 4t_2.$$

$$x_5 = -2 - 4t_1 + 2t_2.$$

3. В аффинном пространстве A_4 задано аффинное преобразование:

$$y_1 = x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 - 5,$$

$$y_2 = -x_2 + 3x_3 - x_4,$$

$$y_3 = 4x_3 + x_4 + 1,$$

$$y_4 = x_1 - 2x_4 + 3.$$

Найти: а) множество неподвижных точек этого преобразования;

б) образ прямой

$$x_1 = -3 + t_1,$$

$$x_2 = 1 + 2t_1,$$

$$x_3 = -4 + t_1,$$

$$x_4 = 6 + 3t_1.$$

Вариант 2

1. Составить параметрические уравнения плоскости пространства A_7 , заданной системой уравнений:

$$2x_1 + 6x_2 = 1,$$

$$x_3 - x_4 + x_5 = 0,$$

$$x_6 - x_7 = 3.$$

2. Исследовать взаимное расположение двух плоскостей в пространстве A_5 :

$$x_1 = -2 + t_1 - 3t_2,$$

$$x_1 = -1 - 2t_1,$$

$$x_2 = -5 + 2t_1 - t_2,$$

$$x_2 = -3 - 3t_1,$$

$$x_3 = 3 + 3t_1 + t_2,$$

$$\text{и } x_3 = 6 + 3t_2,$$

$$x_4 = 1 + t_1 - 4t_2,$$

$$x_4 = 2 - t_2,$$

$$x_5 = 2 + 5t_1 - 3t_2.$$

$$x_5 = 7 + t_1 + t_2.$$

3. В аффинном пространстве A_4 задано аффинное преобразование:

$$y_1 = x_1 - x_3 + 1,$$

$$y_2 = x_2 + x_3 + x_4 - 3,$$

$$y_3 = x_3 - x_4 + 2,$$

$$y_4 = x_3 + x_4 - 1.$$

Найти: а) множество неподвижных точек этого преобразования;

б) образ прямой

$$\begin{aligned}x_1 &= -3 + 4t_1, \\x_2 &= 2t_1, \\x_3 &= -2 + 2t_1,\end{aligned}$$

Контрольная работа №5

Тема: Основные факты проективной геометрии

Вариант 1

1. Дано проективное преобразование плоскости :

$$\lambda y^0 = x^0 + x^1$$

$$\lambda y^1 = x^0 - x^2$$

$$\lambda x^2 = 2x^1 + x^2$$

Найдите :

- а) образ точки $A(2:-1:0)$,
- б) прообраз точки $D'(5:-1:1)$,
- в) образ прямой $a: x^0 + 2x^1 - x^2 = 0$;
- г) прообраз прямой $l': x^0 + 2x^1 - x^2 = 0$;

2. Найдите неподвижные точки следующего проективного преобразования:

$$\lambda y^0 = 2x^0 - x^1 + 2x^2$$

$$\lambda y^1 = 5x^0 - 3x^1 + 3x^2$$

$$\lambda x^2 = -x^1 - 2x^2$$

3. На проективной плоскости P_2 даны три точки A, B, C . Покажите, что эти точки коллинеарны (т.е. лежат на одной прямой) и найдите точку D такую, что $(AB, CD) = -1$, если $A(1:-1:2)$, $B(-2:0:1)$, $C(-1: -1:3)$.

4. На расширенной аффинной плоскости даны три различные точки A, B , С одной прямой l . Пользуясь одной линейкой, постройте точку D , удовлетворяющую условию $(AD, BC) = -1$.

Вариант 2

1. Дано проективное преобразование плоскости :

$$\lambda y^0 = x^0 + x^1$$

$$\lambda y^1 = x^0 - x^2$$

$$\lambda x^2 = 2x^1 + x^2$$

Найдите :

- а) образ точки $B(1:1:-2)$;
- б) прообраз точки $E'(0:1:-1)$;
- в) образ прямой $b: 2x^1 + x^2 = 0$;
- г) прообраз прямой $m': x^1 + x^2 = 0$.

2. Найдите неподвижные точки следующих проективных преобразований:

$$\lambda y^0 = 3x^0 + x^1$$

$$\lambda y^1 = x^0 + 3x^1$$

$$\lambda x^2 = 4x^2$$

3. На проективной плоскости P_2 даны три прямые a, b, c . Покажите, что эти прямые принадлежат одному пучку, и найдите уравнение прямой d такой, что:

$$(ab, cd) = 2, \text{ если } a(1:-2:1), b(0:-1:1), c(1:0:-1).$$

4. На расширенной аффинной плоскости даны три различные точки A, B , С одной прямой l . Пользуясь одной линейкой, постройте точку D , удовлетворяющую условию $(AC, BD) = -1$.

Контрольная работа №6

Тема: Элементы дифференциальной геометрии

Вариант 1

1. Составьте уравнения касательной и соприкасающейся плоскости линии $x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$, $z = \cos 2t$ в точке $M(t = \pi/4)$.
2. Найдите длину дуги линии $x = e^t$, $y = e^{-t}$, $z = t\sqrt{2}$ между двумя её точками $M_1(t=0)$ и $M_2(t=\pi)$.
3. Установите взаимное расположение касательной плоскости поверхности $\bar{r} = u \cos v \bar{i} + u \sin v \bar{j} + b v \bar{k}$, ($b > 0$, $b = \text{const}$) в точке $P(u = 1, v = \frac{\pi}{2})$ и прямой

$$\begin{cases} x = 0,5\pi - \lambda, \\ y = 0,5b, \lambda \in R, \\ z = \lambda b \end{cases}$$

4. Найдите косинус угла ϕ между координатными линиями поверхности $\bar{r} = \bar{r}(u, v)$ в точке $P(u = 1, v = 1)$, если известно, что первая квадратичная форма этой поверхности имеет вид $I = (1 + 2u^2)^2 du^2 + 2(1 + uv)^2 dudv + (1 + 2v^2)^2 dv^2$.

Вариант 2

1. Составьте уравнения касательной и спрямляющей плоскости линии $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$, $z = 4a \sin \frac{t}{2}$ в точке $M(t = \pi/2)$.
2. Найдите длину дуги линии $x = e^t \cos t$, $y = e^t \sin t$, $z = e^t$ между двумя её точками $M_1(t=0)$ и $M_2(t=\pi)$.
3. Установите взаимное расположение касательной плоскости поверхности

$$\bar{r} = u \cos v \bar{i} + u \sin v \bar{j} + u \bar{k} \text{ в точке } P(u = 2, v = \frac{\pi}{4}) \text{ и прямой } \begin{cases} x = 3, \\ y = 1 + \sqrt{2}\lambda, \lambda \in R \\ z = 2 + \lambda \end{cases}$$

4. Найдите косинус угла φ между координатными линиями поверхности $\bar{r} = \bar{r}(u, v)$ в точке $P (u = 1, v = 1)$, если известно, что первая квадратичная форма этой поверхности имеет вид $I = (5 + 4v^2) du^2 + 2(1 + 4uv) dudv + (5 + 4u^2) dv^2$.

Комплект заданий для самостоятельной работы

Самостоятельная работа №1

Тема: Векторное пространство. Базис. Координаты вектора

Вариант 1

1. Дан параллелограмм $ABCD$, O – точка пересечения его диагоналей, E, F – середины сторон BC и AD соответственно. Найдите координаты векторов AC, BC в базисе $e_1 = OF, e_2 = AE$.
2. В тетраэдре $ABCS$ точки A', B', C' – соответственно середины ребер SA, SB, SC ; O, O' – точки пересечения медиан треугольников ABC и $A'B'C'$, E' – середина ребра $A'C'$. Найдите координаты векторов BE', AS в базисе $e_1 = O'C', e_2 = O'B'$ и $e_3 = O'S$.

Вариант 2

1. Дан параллелограмм $ABCD, O$ – точка пересечения его диагоналей, E, F – середины сторон AB и BC соответственно. Найдите координаты векторов CD, DB в базисе $e_1 = AF, e_2 = OE$.
2. В тетраэдре $ABCS$ точки A', B', C' – соответственно середины ребер SA, SB, SC , O, O' – точки пересечения медиан треугольников ABC и $A'B'C'$, E' – середина ребра $A'C'$. Найдите координаты векторов CS, AE' в базисе $a_1 = O'A', a_2 = O'E'$ и $a_3 = O'O$.

Самостоятельная работа №2

Тема: Кривые второго порядка

Вариант 1

1. Составить каноническое уравнение эллипса, если известны: расстояние между его директрисами, равно $\frac{30}{\sqrt{6}}$ и эксцентриситет $\varepsilon = \frac{\sqrt{10}}{5}$
2. Составить каноническое уравнение гиперболы, если известно, что угол между её асимптотами равен $\frac{\pi}{3}$ и расстояние между директрисами равно 3.

Вариант 2

1. Составить каноническое уравнение эллипса, если известны, что расстояние между его директрисами равно $\frac{144}{\sqrt{35}}$, а между фокусами – $4\sqrt{35}$.

- Составить каноническое уравнение гиперболы, если известны уравнения её асимптот $y = +\frac{4}{3}x$ и $y = -\frac{4}{3}x$ и расстояние от фокуса F до соответствующей этому фокусу директрисы d , равное дроби $\frac{16}{5}$.

Самостоятельная работа №3

Тема: Способы задания плоскости в пространстве

Вариант 1

- Написать уравнения плоскостей всех граней тетраэдра $SABC$, если две его вершины и середины сторон AC и AB находятся соответственно в точках $S(1;2;-1)$, $C(0;-1;1)$, $M(0;0;-1)$, $K(1;0;-1)$.
- Написать уравнения плоскостей всех граней тетраэдра $SABC$, если заданы: его вершина $A(1;-1;2)$, середина стороны BC - точка $L(2;0;3)$, векторы $\overline{SC} \{2;-3;1\}$ и $\overline{BF} \{0;1;-1\}$, где F – середина стороны SB .
- Составить уравнение плоскости, проходящей через начало координат, параллельной прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{-1}$ и перпендикулярной к плоскости $x - 2y + z - 1 = 0$.

Вариант 2

- Написать уравнения плоскостей всех граней тетраэдра $SABC$, если середины его сторон SB, AC, SA, AB находятся соответственно в точках $F(1;0;0)$, $M(-3;2;1)$, $E(1;-1;2)$, $K(2,1,3)$.
- Написать уравнения плоскостей всех граней тетраэдра $SABC$, если середины сторон SB, SA, AC находятся соответственно в точках $F(0;1;2)$, $E(1;-1;1)$, $M(0;2;3)$, $\overline{BC} \{1;-1;1\}$.
- Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-1;1;3)$, параллельной прямой $x = y = z$ и перпендикулярной к плоскости $3x - 2y = 0$.

Самостоятельная работа №5

Тема: Основные факты проективной геометрии

Вариант 1

- На проективной плоскости заданы точки $A(3:1:-1)$, $B(-1:2:1)$, $C(3:1:-3)$, $D(0:-1:1)$. Найдите координаты точки M пересечения прямых AB и CD .
- На проективной плоскости заданы два проективных репера: $R = \{A_0, A_1, A_2, E\}$ и $R_0 = \{B_0, B_1, B_2, E_0\}$. Найти новые координаты точки $M(1:-1:1)$, если в старом репере R заданы координаты вершин нового репера R_0 : $B_0(1:-1:1)$, $B_1(1:0:1)$, $B_2(2:1:-3)$, $E_0(5:-4:0)$.
- Пусть A, B, C, D - четыре произвольные точки, из которых никакие три не коллинеарны. Далее, пусть $A_1 = (AD) \cap (BC)$, $B_1 = (BD) \cap (AC)$, $C_1 = (CD) \cap (AB)$ и

$$P = (BC) \cap (B_1C_1), Q = (AC) \cap (A_1C_1), R = (AB) \cap (A_1B_1).$$

Докажите, что точки P, Q, R коллинеарны.

Вариант 2

1. На проективной плоскости заданы точки $A(2:1:-1)$, $B(0:3:2)$, $C(-2:1:-3)$, $D(1:-1:1)$. Найдите координаты точки M пересечения прямых AB и CD .

2. На проективной плоскости заданы два проективных репера: $R = \{A_0, A_1, A_2, E\}$ и $R_0 = \{B_0, B_1, B_2, E_0\}$. Найдите новые координаты точки $M(-1:-1:1)$, если в старом репере R заданы координаты вершин нового репера R_0 : $B_0(1:-1:1)$, $B_1(1:0:1)$, $B_2(2:1:-3)$, $E_0(5:-4:0)$.

3. Даны две прямые l и l_1 . Точки A, B, C принадлежат прямой l , точки A_1, B_1, C_1 принадлежат прямой l_1 . Докажите коллинеарность точек

$$Q = l \cap l_1, P = (A_1B) \cap (AB_1), R = (BC_1) \cap (B_1C)$$

при условии, что прямые (AA_1) , (BB_1) , (CC_1) принадлежат одному пучку.

Тесты

Тест №1

Тема: Преобразования плоскости

Вариант 1

- Ордината точки M' , симметричной точке $M(-2;1)$ относительно оси Ox , равна:
а) -2 ; б) 1 ; в) 2 ; г) -1 .
- Абсцисса точки M' , симметричной точке $M(1;-2)$ относительно прямой $x = -1$, равна:
а) -1 ; б) -3 ; в) -2 ; г) -4 .
- Точка M' , симметричная точке $M(-2;-1)$ относительно точки $M_0(3;-1)$, имеет координаты:
а) $(-6; -2)$; б) $(6; -2)$; в) $(-8; -1)$; г) $(8; -1)$.
- Точка M' , – образ точки $M(-1;-3)$ при параллельном переносе плоскости на вектор $\vec{a} \{3;0\}$, – имеет координаты:
а) $(-4; -3)$; б) $(4; 3)$; в) $(-2; 3)$; г) $(2; -3)$.
- Точка M' , – образ точки $M(3;0)$ при повороте плоскости вокруг точки $O(0, 0)$ на угол $\alpha = 90^\circ$, – имеет координаты:
а) $(-3; 0)$; б) $(0; 3)$; в) $(1; 2)$; г) $(0; -3)$.
- Точка M' , – образ точки $M(-1;1)$ при повороте плоскости вокруг точки $O(0, 0)$ на угол $\alpha = -45^\circ$, – имеет координаты:
а) $(-1; -1)$; б) $(0; 1)$; в) $(\sqrt{2}; 1)$; г) $(0; \sqrt{2})$.
- Укажите формулу, задающую ординату точки $M'(x';y')$ –образа точки $M(x;y)$ при параллельном переносе плоскости на вектор $\vec{a} \{2, -3\}$.
а) $y' = y + 3$; б) $y' = y - 2$;
в) $y' = y + 2$; г) $y' = y - 3$.

8. Укажите формулу, задающую ординату точки $M' = f(M)$, если преобразование f – скользящая симметрия плоскости: $f = \Pi_{\bar{a}} S_l$, $l: y + 1 = 0$, $\bar{a} \{-1, 0\}$.

- а) $y' = -y - 2$; б) $y' = y + 1$;
в) $y' = y - 2$; г) $y' = -y + 1$.

9. Укажите формулу, задающую ординату точки $M' = f(M)$, если преобразование f – поворот плоскости вокруг точки $O(0, 0)$ на угол $\alpha = 90^\circ$.

- а) $y' = -x$; б) $y' = -y$;
в) $y' = x$; г) $y' = -y$.

10. Найдите абсциссу образа точки $A(-3, 1)$ при движении f , если $f: \begin{cases} x' = -\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y + \frac{7}{5} \\ y' = \frac{4}{5}x + \frac{3}{5}y - \frac{4}{5} \end{cases}$

- а) 4; б) -2; в) 1; г) -4.

11. Найдите ординату инвариантной точки движения f , если $f: \begin{cases} x' = -x + 1 \\ y' = -y + 1 \end{cases}$

- а) 1; б) $\frac{1}{2}$; в) $-\frac{1}{2}$; г) -1.

12. Найдите ординату прообраза точки $A(-1, 1)$ при гомотетии f , если $f: \begin{cases} x' = 3x - 4 \\ y' = 3y + 2 \end{cases}$

- а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{3}{4}$; в) $-\frac{1}{3}$; г) $-\frac{1}{2}$.

13. Найдите абсциссу инвариантной точки преобразования f , если $f: \begin{cases} x' = -\frac{1}{2}x + 3 \\ y' = -\frac{1}{2}y - \frac{3}{2} \end{cases}$

- а) -3; б) 2; в) 3; г) -2.

14. Укажите формулу, задающую абсциссу точки $M' = f(M)$, если преобразование f – гомотетия плоскости с центром $O(0, 0)$ и коэффициентом $k = 4$.

- а) $x' = -4y$; б) $x' = 4y$;
в) $x' = -4x$; г) $x' = 4x$.

Вариант 2

1. Абсцисса точки M' , симметричной точке $M(-2; 1)$ относительно оси Oy , равна:
а) 1; б) -1; в) 2; г) -2.

2. Ордината точки M' , симметричной точке $M(1; -1)$ относительно прямой $y = -2$, равна:

- а) -3; б) -2; в) -1; г) -4.

3. Точка M' , симметричная точке $M(-2; -1)$ относительно точки $M_0(-1; 3)$, имеет координаты:

- а) (-1; 8); б) (0; 7); в) (0; 8); г) (1; 7);

4. Точка M' , – образ точки $M(3; -2)$ при параллельном переносе плоскости на вектор $\vec{a} \{-2, 3\}$, – имеет координаты:

- а) $(-1; -1)$; б) $(-1; 2)$; в) $(1; 1)$; г) $(2; -1)$.

5. Точка M' , – образ точки $M(\sqrt{2}; 0)$ при повороте плоскости вокруг точки $O(0, 0)$ на угол $\alpha = 45^\circ$, – имеет координаты:

- а) $(\sqrt{2}; \sqrt{2})$; б) $(\sqrt{2}; 1)$; в) $(1; 1)$; г) $(1; \sqrt{2})$.

6. Укажите формулу, задающую абсциссу точки $M'(x'; y')$ – образа точки $M(x; y)$ при осевой симметрии плоскости с осью $l: x + 1 = 0$.

- а) $x' = -x + 1$; б) $x' = -x - 2$;
в) $x' = x - 2$; г) $y' = x - 1$.

7. Укажите формулу, задающую абсциссу точки $M' = f(M)$, если преобразование f – скользящая симметрия плоскости: $f = \Pi_{\vec{a}} S_l, l \parallel \vec{i}, O \in l, \vec{a} \{-3, 0\}$

- а) $x' = x + 3$; б) $x' = -x + 3$;
в) $x' = x - 3$; г) $x' = -x - 3$.

8. Укажите формулу, задающую ординату точки $M' = f(M)$, если преобразование f – поворот плоскости вокруг точки $O(0, 0)$ на угол $\alpha = -45^\circ$.

- а) $y' = x \frac{\sqrt{2}}{2} - y \frac{\sqrt{2}}{2}$; б) $y' = -x \frac{\sqrt{2}}{2} + y \frac{\sqrt{2}}{2}$;
в) $y' = -x \frac{\sqrt{2}}{2} - y \frac{\sqrt{2}}{2}$; г) $y' = x \frac{\sqrt{2}}{2} + y \frac{\sqrt{2}}{2}$.

9. Укажите формулу, задающую абсциссу точки $M'(x'; y')$, симметричной точке $M(x; y)$ относительно точки $M_0(-2; 1)$,

- а) $x' = -x + 2$; б) $x' = x - 2$;
в) $x' = -x - 4$; г) $x' = x - 4$.

10. Найдите абсциссу прообраза точки $B(0; 1)$ при движении f , если f :

$$\begin{cases} x' = \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y + 1 \\ y' = -\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}y - 1. \end{cases}$$

- а) -1 ; б) 1 ; в) 2 ; г) -2 .

11. Найдите абсциссу точки пересечения оси Ox и инвариантной прямой

преобразования f , если $f: \begin{cases} x' = y - 4 \\ y' = x + 4 \end{cases}$

- а) 1 ; б) 4 ; в) 2 ; г) -4 .

12. Найдите ординату центра поворота f , если $f: \begin{cases} x' = -y + 1 \\ y' = x - 3 \end{cases}$

- а) -1 ; б) 1 ; в) 2 ; г) -2 .

13. Укажите формулу, задающую абсциссу точки $M' = f(M)$, если преобразование f – гомотетия плоскости с центром $M_0(-1; 2)$ и коэффициентом $k = 3$.

- а) $x' = 3x - 4$; б) $x' = 3x + 2$;
в) $x' = -3x - 4$; г) $x' = 3x - 2$.

14. Найдите коэффициент подобия p плоскости, если p :

$$\begin{cases} x' = -\frac{9}{5}x - \frac{12}{5}y + \frac{28}{5} \\ y' = -\frac{12}{5}x + \frac{9}{5}y + \frac{4}{5} \end{cases}.$$

- а) 4; б) $\frac{9}{5}$; в) $\frac{12}{5}$; г) 3.

Тест №2

Тема: Кривые в евклидовом пространстве

Вариант 1

- Длина дуги M_1M_2 кривой $\bar{r} = \bar{r}(t)$ такой, что $|\bar{r}'(t)| = 3\sqrt{2}(t^2 + 1), \forall t \in I, M_1 (t = 1), M_2 (t = 2)$, равна
 - $8\sqrt{2}$;
 - $10\sqrt{2}$;
 - $-8\sqrt{2}$;
 - $12\sqrt{2}$.
- Длина дуги кривой $\bar{r} = \bar{r}(t)$ между двумя ее точками $M_1(t = 0)$ и $M_2 (t = 1)$ при условии, что $\bar{r}'(t) = \{\sqrt{6}t; -1; 3t^2\}, \forall t \in I$, равна
 - 4;
 - 4;
 - 2;
 - $2\sqrt{3}$.
- Касательная кривой $\bar{r} = (t - \sin t)\bar{i} + (1 - \cos t)\bar{j} + 4\cos\frac{t}{2}\bar{k}$ в точке $M_0 (t = \frac{\pi}{2})$ параллельна вектору $\bar{a}\{\dots, \dots, \dots\}$:
 - $\{-1; 1; -\sqrt{2}\}$;
 - $\{1; 1; -\sqrt{2}\}$;
 - $\{1; -1; \sqrt{2}\}$;
 - $\{1; -1; -\sqrt{2}\}$.
- Бинормаль кривой $\bar{r}(t) = 2t\bar{i} + \ln t\bar{j} + t^2\bar{k}$ в точке $M_0 (t = 1)$ параллельна вектору $\bar{a}\{\dots, \dots, \dots\}$:
 - $\{2; 2; -1\}$;
 - $\{2; -2; 1\}$;
 - $\{0; -2; -1\}$;

г) $\{2; -2; -1\}$.

5. Используя символы « \parallel » и « \perp », « $=$ », « $\not\subset$ », опишите взаимное расположение касательной кривой $\vec{r} = a \cos t \vec{i} + b \sin t \vec{j} + e^t \vec{k}$ в точке $M_0 (t = 0)$ и плоскости $bx - ay + abz + abc = 0$.

а) \parallel ;

б) \perp ;

в) $=$;

г) $\not\subset$.

6. Используя символы « \parallel », « \perp », « $=$ » и « $\not\subset$ », опишите взаимное расположение плоскости $2x + y - 4z + 3 = 0$ и бинормали кривой $\vec{r} = \vec{r}(t)$ в точке $M_0(t = 1)$, если известно, что $\vec{r}(1) = \{1; 1; 1\}$, $\vec{r}'(t) = \{1; 2t; 3t^2\}$, $\forall t \in I$.

а) \parallel ;

б) \perp ;

в) $\not\subset$;

г) $=$.

7. Аппликата (третья координата) точки пересечения касательной кривой $\vec{r} = (3t - t^3)\vec{i} + 3t^2\vec{j} + (3t + t^3)\vec{k}$ в точке $M_0 (t = 1)$ с плоскостью (xOz) равна :

а) $z = 2$;

б) $z = 1$;

в) $z = -1$;

г) $y = 3$.

8. Абсцисса (первая координата) точки пересечения главной нормали кривой $\vec{r} = \vec{r}(t)$ в точке $M_0 (t = 0)$ с плоскостью $z - 4 = 0$, при условии, что $\vec{r}(0) = \{1; 1; 0\}$, $\vec{r}'(t) = \{e^t; -e^{-t}; 2t\}$, $\forall t \in I$ и $[\vec{r}'(0), \vec{r}''(0)] = \{-2; -2; 2\}$, равна

а) $x = 4$;

б) $x = -1$;

в) $x = 3$;

г) $z = 2$.

Вариант 2

1. Длина дуги M_1M_2 кривой $\vec{r} = \vec{r}(t)$ такой, что $|\vec{r}'(t)| = 2\sqrt{2}a \sin \frac{t}{2}$, $\forall t \in I$, $M_1 (t = 0)$, M_2

($t = 2\pi$), равна:

а) $8\sqrt{2}a$;

б) $6\sqrt{2a}$;

в) $4\sqrt{2a}$;

г) $-8\sqrt{2a}$.

2. Длина дуги M_1M_2 кривой $\vec{r} = t\vec{i} + \frac{t^2}{3}\vec{j} + \frac{2t^3}{27}\vec{k}$ между двумя ее точками $M_1(t=0)$ и M_2

($t=1$) равна:

а) $\frac{26}{27}$;

б) $\frac{28}{27}$;

в) $-\frac{27}{28}$;

г) $\frac{29}{27}$.

3. Нормальная плоскость кривой $\vec{r} = \sin 2t\vec{i} + (1 - \cos 2t)\vec{j} + 2 \cos t\vec{k}$ в точке $M_0 (t = \frac{\pi}{4})$

перпендикулярна вектору $\vec{a}\{\dots, \dots, \dots\}$:

а) $\{1; 2; -\sqrt{2}\}$;

б) $\{0; 1; -\sqrt{2}\}$;

в) $\{0; 2; -\sqrt{2}\}$;

г) $\{1; 3; \sqrt{2}\}$

4. Соприкасающаяся плоскость кривой $\vec{r} = t \sin t\vec{i} + t \cos t\vec{j} + te^t\vec{k}$ в точке $M_0 (t=0)$

перпендикулярна вектору $\vec{a}\{\dots, \dots, \dots\}$.

а) $\{-1; 1; 2\}$;

б) $\{1; 1; -1\}$;

в) $\{1; -1; 2\}$;

г) $\{2; -2; 2\}$.

5. Используя символы « \parallel » и « \perp », « $=$ », « \neq », опишите взаимное расположение нормальной плоскости кривой $\vec{r} = e^t\vec{i} + e^{-t}\vec{j} + t\sqrt{2}\vec{k}$ в точке $M_0 (t=0)$ и прямой

$$\begin{cases} x = 2 + \lambda, \\ y = -1 - \lambda, \lambda \in R \\ z = \sqrt{2}\lambda. \end{cases}$$

а) \parallel ;

б) \perp ;

в) $\not\subset$;

г) $=$.

6. Используя символы « \parallel » и « \perp », « \Rightarrow » и « \subset » опишите взаимное расположение плоскости $y - 2a = 0$ и спрямляющей плоскости кривой в точке $M_0 (t = \frac{\pi}{2})$, если

$$\text{известно, что } \bar{r}'(t) = \{-a \sin t; a \cos t; b\}, \quad \forall t \in I \left[\bar{r}'\left(\frac{\pi}{2}\right), \bar{r}''\left(\frac{\pi}{2}\right) \right] = \{ab; 0; a^2\},$$

$$\bar{r}\left(\frac{\pi}{2}\right) = \{0; a; b \frac{\pi}{2}\}, \quad \forall t \in I \quad (a, b — \text{const}).$$

а) \parallel ;

б) \perp ;

в) \subset ;

г) $=$.

7. Ордината точки пересечения нормальной плоскости кривой $\bar{r} = \frac{2}{t} \bar{i} + \ln t \bar{j} - t^2 \bar{k}$ в

точке $M_0 (t = 1)$ с осью (Oy) равна:

а) $y = -2$;

б) $y = 4$;

в) $x = -3$;

г) $z = -6$.

8. Отличная от нуля координата точки пересечения оси (Oy) и спрямляющей плоскости кривой $\bar{r} = \bar{r}(t)$ в точке $M_0 (t = 1)$, при условии, что $\bar{r}(1) = \{1; 1; 2\}$,

$\bar{r}'(t) = \{1; 2t; 3t^2\}$, $\forall t \in I$ и $[\bar{r}'(1), \bar{r}''(1)] = \{6; -6; 2\}$, равна:

а) $x = 2$;

б) $y = -2$;

в) $y = -\frac{1}{8}$;

г) $y = \frac{1}{8}$.

Тест №3

Тема: Поверхности в евклидовом пространстве

Вариант 1

1. Вторая координата единичного вектора нормали поверхности

$\bar{r} = (1+u) \cos v \bar{i} + (1-u) \sin v \bar{j} + u \bar{k}$ в точке $P (u = 0, v = \frac{\pi}{4})$ равна

а) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$;

б) $\frac{3}{4}$;

в) $\frac{\sqrt{2}}{2}$;

г) 1.

2. Аппликата (третья координата) точки пересечения оси (Oz) и касательной

плоскости поверхности $\bar{r} = u \cos v \bar{i} + u \sin v \bar{j} + u \bar{k}$ в точке $P (u = 2, v = \frac{\pi}{4})$ равна:

а) $z = -4$;

б) $z = 1$;

в) $y = -2$;

г) $z = 0$.

3. Используя символы $\perp, \parallel, =, \emptyset$ опишите взаимное расположение нормали

поверхности $\bar{r} = u \cos v \bar{i} + u \sin v \bar{j} + \frac{1}{2} u^2 \bar{k}$ в точке $P (u = 2, v = \frac{\pi}{2})$ и прямой

$$\begin{cases} x = 3, \\ y = 1 - 1\lambda, \lambda \in R \\ z = 2 + \lambda \end{cases}$$

а) \perp ;

б) \parallel ;

в) \subset ;

г) \emptyset .

4. Коэффициенты E, F, G первой квадратичной формы поверхности

$\bar{r} = u \cos v \bar{i} + u \sin v \bar{j} + u^2 \bar{k}$ в точке $P (u = 1, v = \frac{\pi}{4})$ равны соответственно числам

$\{\dots, \dots, \dots\}$ ».

а) $\{-5; 0; 1\}$;

б) $\{5; 0; 1\}$;

в) $\{3; 1; 0\}$;

г) $\{5; 1; -1\}$.

Вариант 2

1. Коэффициенты A, B, C в уравнении $Ax + By + Cz + D = 0$ касательной плоскости

поверхности $\bar{r} = u \cos v \bar{i} + u \sin v \bar{j} + u^2 \bar{k}$ в точке $P (u = 1, v = \frac{\pi}{4})$ пропорциональны

соответственно числам \dots, \dots, \dots .

а) $\{\sqrt{2}; \sqrt{2}; -1\}$;

б) $\{-\sqrt{2}; \sqrt{2}; 1\}$;

в) $\{-\sqrt{2}; -\sqrt{2}; 1\}$;

г) $\{-\sqrt{3}; -\sqrt{2}; 1\}$.

2. Ордината (вторая координата) точки пересечения нормали поверхности $\vec{r} = u \cos v \vec{i} + u \sin v \vec{j} + \frac{1}{2} u^2 \vec{k}$ в точке $P(u = 2, v = \frac{\pi}{2})$ и плоскости $2z - 3 = 0$ равна:
- а) $x = 2$;
 б) $y = 3$;
 в) $y = -3$;
 г) $y = 4$.
3. Используя символы « \parallel » и « \perp », « $=$ », опишите взаимное расположение касательной плоскости поверхности $\vec{r} = (u + v)\vec{i} + (u - v)\vec{j} + uv\vec{k}$ в точке $P(u = 2, v = 1)$ и плоскости $3x - y - 2z - 4 = 0$.
- а) \parallel ;
 б) \perp ;
 в) $=$.
4. Косинус угла φ между линиями $v = u + 1$, $v = 3 - u$ на поверхности $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$, первая квадратичная форма которой имеет вид: $I = (1 + 4u^2)du^2 + u^2dv^2$, равен:
- а) $\frac{5}{9}$;
 б) $\frac{2}{3}$;
 в) $-\frac{7}{9}$;
 г) $\frac{4}{9}$.

Промежуточная аттестация

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий используется <http://dis.ggtu.ru/course/view.php?id=379>

Перечень вопросов для подготовки к зачету и экзамену

1. Определение и свойства сложения векторов.
2. Определение и свойства умножения вектора на число.
3. Критерий линейной зависимости системы векторов.
4. Критерий линейной зависимости двух векторов.
5. Критерий линейной зависимости трех векторов.
6. Определение и свойства скалярного произведения векторов.
7. Определение и свойства векторного произведения векторов.
8. Вычисление площади параллелограмма (объема параллелепипеда).
9. Различные способы задания прямой на плоскости (точкой и направляющим вектором; двумя точками; точкой и нормальным вектором).
10. Общее уравнение прямой на плоскости и его исследование.
11. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
12. Нормированное уравнение и вычисление расстояния от точки до прямой на плоскости.
13. Угол между двумя прямыми на плоскости. Ориентированный угол.
14. Эллипс (определение, каноническое уравнение, свойства).
15. Гипербола (определение, каноническое уравнение, свойства).
16. Парабола (определение, каноническое уравнение, свойства).

17. Задание плоскости точкой и направляющим подпространством (тремя точками; отрезками; точкой и нормальным вектором).
18. Общее уравнение плоскости и его исследование.
19. Различные способы задания прямой в пространстве (точкой и направляющим вектором; двумя точками; двумя плоскостями).
20. Взаимное расположение прямой и плоскости (двух прямых) в пространстве.
21. Вычисление расстояния от точки до прямой (между скрещивающимися прямыми) в пространстве.
22. Определение и примеры преобразований плоскости.
23. Движения плоскости (определение, примеры, канонические формулы частных видов)
24. Свойства движений плоскости.
25. Классификация движений плоскости.
26. Подобия плоскости и их свойства.
27. Аксиоматика Вейля аффинного пространства A_n .
28. Аффинный репер. Аффинные координаты точек.
29. Аксиоматика Вейля евклидова пространства E_n .
30. Движения евклидова пространства E_n и их свойства.
31. Группа движений и ее подгруппы.
32. Преобразование подобия евклидова пространства E_n и его свойства.
33. Групповой подход к геометрии.
34. Понятие n -мерного проективного пространства.
35. Модели проективной прямой и проективной плоскости.
36. Проективный репер. Проективные координаты точек.
37. Прямая на проективной плоскости.
38. Принцип двойственности на проективной плоскости.
39. Теорема Дезарга и её частные случаи на расширенной плоскости.
40. Определение и свойства проективных отображений.
41. Проективные преобразования плоскости и их свойства.
42. Группа проективных преобразований.
43. Сложное отношение и его свойства.
44. Полный четырехвершинник и его свойства.
45. Классификация кривых второго порядка на проективной плоскости.
46. Поляра, полюс, поляритет.
47. Вектор-функция одного скалярного аргумента и её свойства.
48. Понятие кривой в евклидовом пространстве.
49. Натуральная параметризация.
50. Касательная и её уравнение.
51. Нормальная и соприкасающаяся плоскости и их уравнения.
52. Бинормаль и главная нормаль и их уравнения.
53. Ортогональный подвижной репер и его деривационные формулы.
54. Репер Френе и его инварианты.
55. Кривизна и кручение и их геометрический смысл.
56. Вычислительные формулы кривизны (кручения).
57. Натуральные уравнения. Классы линий.
58. «Начала» Евклида и их критика. Обзор содержания первой книги «Начал».
59. Пятый постулат Евклида и аксиома параллельных.
60. Пятый постулат Евклида и теорема о сумме углов треугольника.
61. 1-ая и 2-ая теоремы Саккери – Лежандра.
62. Обзор аксиоматики Гильберта евклидовой геометрии.
63. Аксиома Лобачевского. Теоремы о сумме углов треугольника.
64. Теорема о несуществовании подобных треугольников на плоскости Λ_2 .

65. Теорема о взаимном расположении прямых на плоскости Λ_2 .
 66. Определение и свойства параллельных прямых на плоскости Лобачевского.
 67. Угол параллельности и его свойства.
 68. Определение и свойства расходящихся прямых.
 69. Функция Лобачевского и её свойства
 70. Окружность, эквидистанта и орицикл..

Схема соответствия типовых контрольных заданий и оцениваемых знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций:

№	Код и наименование компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции	Типовое контрольное задание
1	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1	Вопросы к зачету и экзамену Самостоятельная работа Контрольная работа
2		УК-1.2	
3		УК-1.3	
1	ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.1	Вопросы к зачету и экзамену Самостоятельная работа Контрольная работа
2		ПК-1.2	
3		ПК-1.3	

