

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Егорова Галина Викторовна  
Должность: Проректор по учебной работе  
Дата подписания: 28.09.2023 09:45:03  
Уникальный программный ключ:  
4963a4167398d8232817460cf5aa76d186dd7c25

**Министерство образования Московской области  
Государственное образовательное учреждение высшего образования  
Московской области  
«Государственный гуманитарно-технологический университет»**

**УТВЕРЖДАЮ  
проректор**



**26 июня 2023 г.**

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.В.01.02**

**Теория чисел**

|   |  |
|---|--|
| <b>Направление подготовки</b>             | <b>44.03.05 Педагогическое образование</b> |
| <b>Направленность (профили) программы</b> | <b>Математика, Физика</b>                  |
| <b>Квалификация выпускника</b>            | <b>Бакалавр</b>                            |
| <b>Форма обучения</b>                     | <b>Очная</b>                               |

**Орехово-Зуево  
2023 г.**

## 1. Пояснительная записка

Рабочая программа дисциплины составлена на основе учебного плана 44.03.05 Педагогическое образование по профилям Математика, Физика 2023 года начала подготовки.

Предметом изучения в рамках настоящего курса являются основные понятия теории чисел, их свойства и применения, а именно:

- Делимость на множестве целых чисел.
- Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.
- Простые и составные числа.
- Сравнения.
- Вычеты.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

### 2.1 Цели дисциплины

Целью учебной дисциплины "Теория чисел" является формирование у студентов компетенций, необходимых для осуществления профессиональной деятельности, для реализации образовательных программ по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов.

### 2.2. Задачи дисциплины

Задачи дисциплины формулируются следующим образом:

- Формирование у обучающегося комплекса знаний, умений и навыков, необходимых для реализации образовательных программ по математике в соответствии с требованиями образовательных стандартов.
- Развитие интеллектуальных и общекультурных способностей обучающихся.

### 2.3. Знания и умения обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

|   |                                     |
|---|-------------------------------------|
| <b>В результате изучения дисциплины студент должен обладать следующими компетенциями:</b>   | <b>Коды формируемых компетенций</b> |
| <b>Профессиональные компетенции (ПК):</b>   |                                     |
| Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач | ПК-1                                |

### Индикаторы достижения компетенции

| Код и наименование компетенции | Наименование индикатора достижения компетенции                              |
|--------------------------------|---|
| ПК-1. Способен осваивать и     | <b>ПК-1.1</b><br>Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной |

|  |   |
|--|---|
| использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач | области (преподаваемого предмета).<br><b>ПК-1.2</b><br>Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.<br><b>ПК-1.3</b><br>Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные. |
|--|---|

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория чисел» относится к предметно-содержательному модулю по математике части, формируемой участниками образовательных отношений блока 1 (Б1.В.01.02).

Программа курса предполагает наличие у обучающихся знаний по дисциплинам: алгебра, математический анализ, элементы теории числовых множеств.

Дисциплины, для изучения которых необходимы знания данного курса: Математическая логика, Теория алгоритмов, Дискретная математика, Задачи повышенной трудности по математике, Числовые системы, Методы доказательства математических теорем, Подготовка к ОГЭ и ЕГЭ по математике.

### 4. Структура и содержание дисциплины

| Раздел/Тема   | Семестр | Всего час. | Виды учебных занятий     |           | СРС       | Промежуточная аттестация |
|---|---------|------------|--------------------------|-----------|-----------|--------------------------|
|   |         |            | Контактная работа (ауд.) |           |           |                          |
|   |         |            | Лекции                   | ПЗ        |           |                          |
| Раздел 1.   |         | <b>32</b>  | <b>8</b>                 | <b>8</b>  | <b>16</b> |                          |
| Тема 1.1. Теория делимости.                                     | 8       | 12         | 4                        | 2         | 6         |                          |
| Тема 1.2. Простые и составные числа.                            | 8       | 8          | 2                        | 2         | 4         |                          |
| Тема 1.3. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. | 8       | 8          | 2                        | 2         | 4         |                          |
| Тема 1.4. Цепные дроби.   | 8       | 4          |                          | 2         | 2         |                          |
| Раздел 2.   | 8       | <b>40</b>  | <b>10</b>                | <b>10</b> | <b>20</b> |                          |
| Тема 2.1. Полная и приведённая система вычетов                  | 8       | 8          | 4                        |           | 4         |                          |
| Тема 2.2. Сравнения.  | 8       | 24         | 6                        | 6         | 12        |                          |
| Тема 2.3. Системы сравнений                                     | 8       | 8          |                          | 4         | 4         |                          |
| <b>Промежуточная аттестация - зачет</b>                         | 8       |            |                          |           |           |                          |
| <b>ИТОГО</b>  |         | <b>72</b>  | <b>18</b>                | <b>18</b> | <b>36</b> |                          |

## 4.2. Содержание дисциплины, структурированное по темам

### Лекции

#### Раздел 1.

##### **Тема 1.1. Теория делимости.**

Основная теорема о делении с остатком.

##### **Тема 1.2. Простые и составные числа.**

Простые числа. Основная теорема арифметики: разложение составных чисел на простые.

##### **Тема 1.3. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное**

Определения, основные свойства и применения наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного. Алгоритм Евклида.

#### Раздел 2.

##### **Тема 2.1. Полная и приведённая система вычетов**

Класс эквивалентности. Полная и приведённая система вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма.

##### **Тема 2.2. Сравнения.**

Определение и простейшие свойства сравнений.

Определение и простейшие свойства сравнений первой степени. Определение и простейшие свойства системы сравнений первой степени.

Определение и простейшие свойства сравнений любой степени.

## ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

### РАЗДЕЛ 1

#### **Тема 1.1. Теория делимости.**

##### **ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1.1 (2 часа). Тема: "Теория делимости"**

Учебные цели:

1. Применение теоремы о делении с остатком для решения задач.
2. Научиться логически верно выстраивать устную и письменную речь.

Основные термины и понятия: делимое, делитель, частное, остаток.

#### **Тема 1.2. Простые и составные числа**

##### **ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1.2 (2 часа).**

**Тема: "Простые числа"**

Учебные цели:

1. Изучение простых и составных чисел.
2. Освоить навыки применения основной теоремы арифметики для решения задач.
3. Научиться логически верно выстраивать устную и письменную речь.

Основные термины и понятия: Простое число. Составное число. Основная теорема арифметики.

#### **Тема 1.3. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное**

### **ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1.3 (2 часа).**

**Тема: «Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное»**

Учебные цели:

1. Изучение наибольшего общего делителя.
2. Изучение наименьшего общего кратного.
3. Изучение алгоритма Евклида
4. Научиться логически верно выстраивать устную и письменную речь.

Основные термины и понятия: Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида.

## **Тема 1.4. Цепные дроби**

### **ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №1.4 (2 часа).**

**Тема: «Цепные дроби»**

Учебные цели:

1. Изучение цепных и подходящих дробей.
2. Научиться логически верно выстраивать устную и письменную речь.

Основные термины и понятия: Цепные дроби. Подходящие дроби.

## **РАЗДЕЛ 2**

## **Тема 2.2. Сравнения**

### **ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №2.1-2.3 (6 часов).**

**Тема: «Сравнения»**

Учебные цели:

1. Изучение свойств сравнений.
2. Решение сравнений различными способами.
3. Научиться логически верно выстраивать устную и письменную речь.

Основные термины и понятия: Вычеты по модулю. Сравнение. Теорема Эйлера.

## **Тема 2.3. Системы сравнений**

### **ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ №2.4-2.5 (4 часа).**

**Тема: «Системы сравнений»**

Учебные цели:

1. Решение систем сравнений.
2. Научиться логически верно выстраивать устную и письменную речь.

Основные термины и понятия: Системы сравнений. Китайская теорема.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел / И.М. Виноградов - М.: Издательство Юрайт, 2018. - 102с.- Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/osnovy-teorii-chisel-441837#page/4>

2. Ларин С.В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля: учеб.пособие для академического бакалавриата / С.В. Ларин. - 2 изд., испр. и доп. - М.: Издательство Юрайт, 2019. - 160 с. — Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/algebra-i-teoriya->

[chisel-gruppy-kolca-i-polya-441295#](https://biblio-online.ru/viewer/kriptograficheskie-metody-zaschity-informacii-413075#page/2)

3. Лось А.Б. Криптографические методы защиты информации: учебник для академического бакалавриата / А.Б. Лось, Ю.А. Нестеренко, М.И. Рожков - 2-е изд. исп. - М.: Издательство Юрайт, 2018. - 473с.— Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/kriptograficheskie-metody-zaschity-informacii-413075#page/2>

4. Ларин С.В. Алгебра : многочлены: учеб.пособие для академического бакалавриата / С.В. Ларин. - 2 изд., испр. и доп. - М.: Издательство Юрайт, 2019. - 136с. - Режим доступа:<https://biblio-online.ru/viewer/algebra-mnogochleny-441297#page/2>

Выполнение любого вида самостоятельной работы предполагает прохождение студентами следующих этапов:

- определение цели самостоятельной работы;
- конкретизация познавательной (проблемной или практической) задачи;
- самооценка готовности к самостоятельной работе по решению поставленной или выбранной задачи;
- выбор адекватного способа действий, ведущего к решению задачи (выбор путей и средств для ее решения);
- планирование (самостоятельно или с помощью преподавателя) самостоятельной работы по решению задачи;
- реализация программы выполнения самостоятельной работы.

Самостоятельная работа студентов включает в себя:

- подготовку к аудиторным занятиям (лекциям, практическим и лабораторным работам и др.) и выполнение соответствующих заданий;
- самостоятельную работу над отдельными темами учебных дисциплин в соответствии с учебно-тематическими планами;
- написание рефератов, докладов, эссе;
- подготовку ко всем видам практики и выполнение предусмотренных ими заданий;
- выполнение письменных контрольных и курсовых работ;
- подготовку ко всем видам контрольных испытаний, в том числе к комплексным экзаменам и зачетам;
- подготовку к итоговой государственной аттестации, в том числе выполнение выпускной квалификационной работы;
- работу в студенческих научных обществах, кружках, семинарах и др.;
- участие в работе факультативов, спецсеминаров и т.п.;
- участие в научной и научно-методической работе кафедры;
- участие в научных и научно-практических конференциях, семинарах, конгрессах и т.п.;
- другие виды деятельности, организуемой и осуществляемой вузом, факультетом или кафедрой.

Выполнение заданий самостоятельной работы по изучению учебной дисциплины «Теоретические основы физического знания» позволяет связать полученные знания с дальнейшей профессиональной деятельностью обучающихся.

## **Задания для организации самостоятельной работы обучающихся**

### **Раздел 1**

#### Делимость целых чисел

- 1) Доказать, что для любого натурального  $n$  число  $n \cdot (n - 1) \cdot (n^2 + n + 2)$  делится на 4.
- 2) Докажите, что в трёхзначном числе, делящемся на 37, всегда можно переставить цифры

так, что новое число также будет делиться на 37.

### Теорема о делении с остатком. НОД и НОК

1. Найти частное и остаток от деления:  
а) 1305 на 243; б) 134 на 26; в) 134 на -26; г) -134 на 26; д) -134 на -26.
2. Найти делитель и остаток, если делимое и частное соответственно равны (-30) и (-4).
3. Доказать, что сумма квадратов двух последовательных натуральных чисел при делении на 4 дает остаток 1.
4. Найти НОД и НОК чисел  
а) 546 и 231; б) 420, 126 и 525.
5. Решить системы в натуральных числах

$$\text{а) } \begin{cases} (x, y) = 13 \\ [x, y] = 1989 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x \cdot y = 720 \\ (x, y) = 4 \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{5}{9} \\ (x, y) = 28 \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} \frac{[x, y]}{(x, y)} = 14 \\ (x, y) \cdot [x, y] = 504 \end{cases}$$

### Простые и составные числа

1. Найти НОД следующих чисел:  $a \cdot b$  и  $m = [a, b]$ .
2. Исследовать, какие из чисел между числами 200 и 220 являются простыми.
3. Исследовать, какие из чисел между числами 2320 и 2350 являются простыми.
4. Показать, что если  $p$  и  $q$  - простые числа, большие 3, то  $(p^2 - q^2) : 24$ .
5. Найти все натуральные значения  $n$ , для которых каждое из шести чисел  $n+1$ ,  $n+3$ ,  $n+7$ ,  $n+9$ ,  $n+13$ ,  $n+15$  является простым.

### Алгоритм Евклида

1. С помощью алгоритма Евклида найти НОД: а) (822, 1734), б) (2576, 154).
2. Доказать, что дробь  $\frac{n^2 + n + 1}{n^2 + 1}$  несократима при всех натуральных  $n$ .
3. Найти НОД  $\left( \underbrace{11\dots 11}_{100 \text{ единиц}}, \underbrace{1\dots 1}_{60 \text{ единиц}} \right)$ .
4. Сократить дроби, поделив числитель и знаменатель на их НОД:

$$\text{а) } \frac{17501}{11137} \quad \text{б) } \frac{1491}{2247} \quad \text{в) } \frac{22243}{23777}$$

### Арифметические функции

1. Найти число всех натуральных делителей чисел: а) 156, б) 72, в) 1372.

2. Найти сумму всех натуральных делителей чисел: а) 84, б) 105, в) 504.
3. Какие из чисел 21, 180, 720 являются совершенными.
4. Найти натуральное число  $n$ , зная, что оно имеет ровно два простых делителя и удовлетворяет условию  $\tau(n) = 6$  и  $\sigma(n) = 28$ .
5. Найти натуральное число  $n$ , если оно делится на 3 и на 4 и имеет 14 натуральных делителей.

### Конечные цепные дроби. Подходящие дроби

1. Представить дроби в виде конечных цепных дробей: а)  $\frac{758}{195}$ , б)  $\frac{24}{35}$ , в)  $\frac{92}{125}$ .
2. Представить данные конечные цепные дроби в виде обыкновенных дробей: а) (0, 1, 2, 3, 4, 5), б) (5, 4, 3, 2, 1), в)  $(a, b, a, b, a)$ .
3. Решите уравнение в натуральных числах:  $3(4xyz + 4z + x) = 14(xy + 1)$ .
4. Найти все подходящие дроби для данных конечных цепных дробей: а) (2, 1, 1, 3, 1, 2), б) (2, 5, 3, 2, 1, 4, 2, 3).
5. Сократите дроби с помощью подходящих дробей: а)  $\frac{3587}{2743}$ , б)  $\frac{1043}{3427}$ .

## Раздел 2

### Сравнения. Свойства сравнений

1. Приведите примеры целых чисел, сравнимых по модулю 9.
2. Какие из следующих сравнений являются верными, а какие - нет: а)  $546 \equiv 0 \pmod{13}$ ; б)  $121347 \equiv 92817 \pmod{10}$ ; в)  $31 \equiv -9 \pmod{10}$ ; г)  $(m-1)^2 \equiv 1 \pmod{m}$ .
3. Доказать, что следующие утверждения являются неверными: а)  $4^{1965} \equiv 25 \pmod{10}$ ; б)  $30 \cdot 17 \equiv 81 \cdot 19 \pmod{6}$ .
4. Докажите, что каждое целое число сравнимо со своим остатком по данному модулю.
5. Найти все значения  $x$ , удовлетворяющие условию: а)  $3p+1 \equiv p+1 \pmod{x}$ ; б)  $x \equiv 1 \pmod{2}$ .
6. Указать все возможные значения модуля в сравнении  $x \equiv 5 \pmod{m}$ , если известно, что этому сравнению удовлетворяет  $x = 13$ .
7. Доказать, что  $(41^{5^n} - 1) : 20$ , где  $n$  - натуральное.
8. Показать, что  $1^{13} + 5^{13} + 7^{13} + 11^{13} \equiv 0 \pmod{12}$
9. Показать, что если число  $\overline{a_2 a_1 a_0}$  делится на 27, то и число  $\overline{a_1 a_0 a_2}$  делится на 27.

### Вычеты. Функция Эйлера. Теорема Эйлера. Теорема Ферма



1. Составить полную систему наименьших неотрицательных вычетов, абсолютно наименьших вычетов и приведенную систему вычетов по модулю 14.
2. Вычислить: а)  $\varphi(1225)$ , б)  $\varphi(2187)$ .
3. Известно, что  $\varphi(a) = 320$  и  $a = 2^\alpha \cdot 3^\beta \cdot 5^\gamma$ . Найти число  $a$ .
4. Решить уравнение:  $\varphi(7^x) = 294$ .
5. Найти остаток от деления: а)  $117^{53}$  на 11, б)  $383^{175}$  на 45, в)  $3^{100} + 5^{100}$  на 7.
6. Найдите две последние цифры десятичной записи чисел: а)  $19^{79}$ , б)  $11^{203}$ .
7. Доказать, что  $(13^{176} - 1) : 89$  (Указание: сначала применить формулу «разность квадратов»)

### Сравнения с одной неизвестной

1. Решить сравнения путем перебора (испытания) вычетов из полной системы вычетов по данному модулю:  $3x \equiv 13 \pmod{11}$ .
2. Решить сравнения методом равносильных преобразований:  
а)  $7x \equiv 9 \pmod{10}$ ; б)  $8x \equiv 20 \pmod{12}$ .
3. Решить сравнения с помощью подходящих дробей:  
а)  $29x \equiv 1 \pmod{17}$ ; б)  $21x + 5 \equiv 0 \pmod{29}$ ; в)  $30x \equiv 18 \pmod{102}$ .
4. Решить сравнения методом Эйлера:  
а)  $2x \equiv 3 \pmod{5}$ ; б)  $9x \equiv 2 \pmod{14}$ .
5. Решить сравнения одним из способов:  
а)  $7x \equiv 10 \pmod{11}$ ; б)  $12x \equiv 7 \pmod{13}$ ; в)  $10x - 15 \equiv 0 \pmod{25}$ ;  
г)  $21x \equiv 35 \pmod{77}$ .

### Системы сравнений первой степени с одним неизвестным

6. Решить системы сравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x \equiv 29 \pmod{63} \\ x \equiv 9 \pmod{35} \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x \equiv 12 \pmod{23} \\ x \equiv 5 \pmod{16} \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} x \equiv 2 \pmod{8} \\ 3x \equiv 6 \pmod{9} \end{cases} \quad \text{г) } \begin{cases} 7x \equiv 10 \pmod{11} \\ 5x \equiv 3 \pmod{6} \end{cases}$$

## **6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **Фонд оценочных средств**

**для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

приведен в приложении

## 7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

### 7.1. Основная учебная литература:

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел / И.М. Виноградов - М.: Издательство Юрайт, 2018. - 102с.- Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/osnovy-teorii-chisel-441837#page/4>
2. Ларин С.В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля: учеб. пособие для академического бакалавриата / С.В. Ларин. - 2 изд., испр. и доп. - М.: Издательство Юрайт, 2019. - 160 с. — Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/algebra-i-teoriya-chisel-gruppy-kolca-i-polya-441295#>
3. Лось А.Б. Криптографические методы защиты информации: учебник для академического бакалавриата / А.Б. Лось, Ю.А. Нестеренко, М.И. Рожков - 2-е изд. исп. - М.: Издательство Юрайт, 2018. - 473с.— Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/kriptograficheskie-metody-zaschity-informacii-413075#page/2>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Ларин С.В. Алгебра : многочлены: учеб. пособие для академического бакалавриата / С.В. Ларин. - 2 изд., испр. и доп. - М.: Издательство Юрайт, 2019. - 136с. - Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/algebra-mnogochleny-441297#page/2>
2. Сухотин А.М. Высшая математика. Альтернативная методология преподавания: учеб. пособие для прикладного бакалавриата / А.М. Сухотин, Т.В. Тарбокова. - М.: Издательство Юрайт, 2019. - 223с. — Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/vysshaya-matematika-alternativnaya-metodologiya-prepodavaniya-433933#page/2>
3. Кашапова Ф.Р. Высшая математика. Общая алгебра в задачах: учеб. пособие для академического бакалавриата / Ф.Р. Кашапова, И.А. Кашапов, Т.Н. Фоменко. - 2 изд., перераб. и доп. - М.: Издательство Юрайт, 2018. - 171с. — Режим доступа: <https://biblio-online.ru/viewer/vysshaya-matematika-obschaya-algebra-v-zadachah-411431#page/2>

## 8. ПЕРЕЧЕНЬ СОВРЕМЕННЫХ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ БАЗ ДАННЫХ, ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

Все обучающиеся обеспечены доступом к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам, которые подлежат обновлению при необходимости, что отражается в листах актуализации рабочих программ.

### Современные профессиональные базы данных:

Министерство науки и высшего образования РФ: <https://minobrnauki.gov.ru/>  
Министерство просвещения РФ: <http://edu.gov.ru/>  
Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки: [obrnadzor.gov.ru](http://obrnadzor.gov.ru)  
Официальный сайт Министерства образования Московской области: [mo.mosreg.ru](http://mo.mosreg.ru)  
Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования: <http://fgosvo.ru>  
Федеральный портал "Российское образование": [www.edu.ru](http://www.edu.ru)  
Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам": [window.edu.ru](http://window.edu.ru)  
Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов: [fcior.edu.ru](http://fcior.edu.ru)

Открытый класс: [openclass.ru](http://openclass.ru)  
 Учительский портал: [uchportal.ru](http://uchportal.ru)  
 Единая коллекция информационно-образовательных ресурсов: [school-collection.edu.ru](http://school-collection.edu.ru)  
 Лекторий Минобрнауки/Минпросвещения России: [https://vk.com/videos-30558759?section=album\\_3](https://vk.com/videos-30558759?section=album_3)

#### Электронные библиотечные системы:

1. «Университетская библиотека online» <http://biblioclub.ru/>
2. Электронно-библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com/>
3. Электронная библиотека диссертаций <http://diss.rsl.ru/>
4. Электронная информационно-образовательная среда университета <http://dis.ggtu.ru/>
5. Дидактические материалы, размещенные Moodle [http://ggtu.ru/index.php?option=com\\_content&view=article&id=1367&Itemid=130](http://ggtu.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=1367&Itemid=130)
6. Интернет-ресурсы: <http://www.edu.ru/>
7. База научных статей издательства «Грамота» <http://www.gramota.net>

#### Поисковые системы:

<http://www.google.ru> , [www.yandex.ru](http://www.yandex.ru)

#### Перечень информационных справочных систем

1. Справочно-правовая система «ГАРАНТ» - <http://www.garant.ru>
2. Справочно-правовая система «Консультант плюс» - <http://base.consultant.ru>

### 9. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ


Для осуществления образовательного процесса по дисциплине имеется в наличии следующая материально-техническая база:

| Аудитории  | Программное обеспечение   |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>- учебная аудитория для проведения учебных занятий по дисциплине, оснащенная компьютером с выходом в интернет, мультимедиа проектором;</li> <li>- помещение для самостоятельной работы обучающихся, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечением доступа в</li> </ul> | Операционная система<br>Пакет офисных приложений<br>Браузер Firefox, Яндекс |

|  |  |
|--|--|
| <p>электронную информационно-образовательную среду ГГТУ;</p> <p>- специализированная аудитория для проведения лабораторных работ по дисциплине, оснащенная набором реактивов и лабораторного оборудования;</p> |  |
|--|--|

## 10. ОБУЧЕНИЕ ИНВАЛИДОВ И ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ

При необходимости рабочая программа дисциплины может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья. Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК).

Авторы (составители): доц. Галканов А.Г. 

ст.пр. Солдатова Н.Г.   
подписи авторов

Программа одобрена на заседании кафедры математики и экономики  
26.06.2023 г., протокол № 8.

Зав. кафедрой  Каменских Н.А.

**Министерство образования Московской области  
Государственное образовательное учреждение высшего образования  
Московской области  
«Государственный гуманитарно-технологический университет»**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ,  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Б1.В.01.02**

**Теория чисел**

|   |  |
|---|--|
| <b>Направление подготовки</b>             | <b>44.03.05 Педагогическое образование</b> |
| <b>Направленность (профили) программы</b> | <b>Математика, Физика</b>                  |
| <b>Квалификация выпускника</b>            | <b>Бакалавр</b>                            |
| <b>Форма обучения</b>                     | <b>Очная</b>                               |

**Орехово-Зуево**

**2023 г.**

## 1. Индикаторы достижения компетенций

| Код и наименование компетенции  | Наименование индикатора достижения компетенции  |
|---|---|
| ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач | <p><b>ПК-1.1</b><br/>Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).</p> <p><b>ПК-1.2</b><br/>Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.</p> <p><b>ПК-1.3</b><br/>Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.</p> |

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оценка уровня освоения компетенции на разных этапах их формирования проводится на основе дифференцированного контроля каждого показателя компетенции в рамках оценочных средств, приведенных в ФОС.

Оценка "Зачтено" соответствует повышенному уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания, приведенным в таблице к соответствующему оценочному средству.

Оценка "Зачтено" соответствует базовому уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания, приведенным в таблице к соответствующему оценочному средству.

Оценка "Не зачтено" соответствует показателю "компетенция не освоена".

| № п/п   | Наименование оценочного средства | Краткая характеристика оценочного средства  | Представление оценочного средства в фонде | Критерии оценивания  |
|---|----------------------------------|---|---|--|
| 1   | 2                                | 3   | 4   | 5  |
| Оценочные средства для проведения текущего контроля |                                  |   |   |  |
| 1   | <i>Тест</i>                      | Система стандартизированных заданий, позволяющая измерить уровень знаний и умений обучающегося. | Тестовые задания                          | Оценка «Отлично» выставляется за тест, в котором выполнено более 90% заданий.<br>Оценка «Хорошо» выставляется за тест, в котором выполнено более 75 % заданий.<br>Оценка «Удовлетворительно» выставляется за тест, в котором выполнено более 60 % заданий.<br>Оценка «Неудовлетворительно» выставляется за тест, в котором выполнено менее 60 % заданий. |
| 2   | <i>Контрольная</i>               | Контрольные   | Перечень                                  | Оценка «Отлично»- контрольная  |

|  |   |   |                            |   |
|--|---|---|----------------------------|---|
|  | <p>я<br/>(самостоятельная)<br/>работа<br/>(показатель компетенции и "Знание", "Умение", "Владение")</p> | <p>работы проводятся с целью определения конечного результата в обучении по данной теме или разделу, позволяют контролировать уровень знания, умения и владения изученного материала.</p> | <p>контрольных заданий</p> | <p>работа оформлена в строгом соответствии с изложенными требованиями; показан высокий уровень знания изученного материала по заданной теме, умение глубоко анализировать проблему и делать обобщающие выводы; работа выполнена грамотно с точки зрения поставленной задачи, т.е. без ошибок и недочетов.</p> <p>Оценка «Хорошо»- работа оформлена в соответствии с изложенными требованиями; показан достаточный уровень знания изученного материала по заданной теме, умение анализировать проблему и делать выводы; работа выполнена полностью, но имеются недочеты.</p> <p>Оценка «Удовлетворительно»- при оформлении работы допущены незначительные отклонения от изложенных требований; показаны минимальные знания по основным темам контрольной работы; выполнено не менее половины работы.</p> <p>Оценка «Неудовлетворительно»- выполнено менее половины работы, допущены ошибки при выполнении заданий.</p> |
| <p><i>Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации</i></p> |   |   |                            |   |
| 3  | Зачет   | <p>Контрольное мероприятие, которое проводится по окончании изучения дисциплины.</p>  | <p>Вопросы к зачету</p>    | <p>«Зачтено»:<br/> <b>знание</b> теории вопроса, понятийно-терминологического аппарата дисциплины (состав и содержание понятий, их связей между собой, их систему);<br/> <b>умение</b> анализировать проблему, содержательно и стилистически грамотно излагать суть вопроса;<br/> <b>владение</b> аналитическим способом изложения вопроса, навыками аргументации.<br/> «Не зачтено»:<br/> <b>знание</b> вопроса на уровне</p>  |

|  |  |  |  |   |
|--|--|--|--|---|
|  |  |  |  | <p>основных понятий;<br/> <b>умение</b> выделить главное,<br/> сформулировать выводы не<br/> продемонстрировано;<br/> <b>владение</b> навыками аргументации<br/> не продемонстрировано.</p> |
|--|--|--|--|---|

**3. Типовые контрольные задания и/или иные материалы для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и/или опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.**

**Тестовые задания**

1. Выберите понятия, с которыми обучающиеся знакомятся при изучении темы «Делимость чисел» (выберите несколько вариантов ответов):
  - а. наибольший общий делитель
  - б. конгруэнтность
  - в. наименьшее общее кратное
  - г. алгоритм Евклида
  
2. Среди утверждений выберите те, в которых указаны действия обучающихся при поиске наибольшего общего делителя нескольких натуральных чисел. (В ответе перечислите их в порядке применения)
  - а. из множителей, входящих в разложение одного из чисел, вычеркнуть те, которые не входят в разложение других чисел
  - б. найти произведение оставшихся множителей
  - в. разложить данные натуральные числа на простые множители
  - г. сделать вывод о верности найденных разложений для данных натуральных чисел
  
3. При ознакомлении обучающихся с алгоритмом Евклида учитель привел пример применения данного алгоритма к отысканию наибольшего общего делителя чисел 546 и 231, представив равенства
$$525=231 \cdot 2+63$$

$$231=63 \cdot 3+42$$

$$63=42 \cdot 1+21$$

$$42=21 \cdot 2.$$
Среди предложенных вариантов ответа выберите тот, который соответствует представленному алгоритму:
  - а. Наибольший общий делитель данных чисел равен 2.
  - б. Наибольший общий делитель данных чисел равен 21.
  - в. Наибольший общий делитель данных чисел равен 42.
  - г. Наибольший общий делитель данных чисел равен 63.
  
4. Среди утверждений выберите те, в которых указаны действия обучающихся при поиске наименьшего общего кратного нескольких натуральных чисел. (В ответе перечислите их в порядке применения)
  - а. добавить к выписанным множителям недостающие множители из разложений других чисел
  - б. найти произведение получившихся множителей
  - в. выписать множители, входящие в разложение одного из чисел
  - г. разложить данные натуральные числа на простые множители



5. Среди предложенных ниже утверждений выберите то, которое следует использовать при ознакомлении обучающихся с методами поиска наименьшего общего кратного двух чисел (выберите один вариант ответа):

- а. наименьшее общее кратное двух чисел равно их произведению, деленному на последнее неравное нулю частное алгоритма Евклида
- б. совокупность общих кратных двух чисел совпадает с совокупностью кратных их наименьшего общего кратного
- в. наименьшее общее кратное двух чисел равно их произведению, деленному на их наибольший общий делитель
- г. наименьшее общее кратное двух чисел равно их произведению, деленному на последний неравный нулю делитель алгоритма Евклида

6. Освоение базового уровня курса школьной математики предполагает знакомство обучающихся с тем, что во множестве натуральных чисел выделяют простые и \_\_\_\_\_ числа.

7. При ознакомлении обучающихся с алгоритмом Евклида следует показать, что наибольший общий делитель двух чисел равен последнему неравному нулю \_\_\_\_\_ в этом алгоритме.

8. При ознакомлении обучающихся с темой «Системы счисления» следует записать несколько чисел (например, XXX и 333) и показать, что римский способ записи чисел является примером \_\_\_\_\_ системы счисления, а арабский — это \_\_\_\_\_ система счисления. (Слова указать в нужном падеже и числе)

9. При рассмотрении понятия «остаток по модулю» учителю необходимо подобрать задачи, в которых деление одного числа на другое нацело невозможно, вследствие чего в результате выполнения деления получают не только \_\_\_\_\_, но и \_\_\_\_\_.

10. При изучении темы «\_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ числа» обучающимся могут быть предложены следующие дидактические материалы:

- а) таблица простых чисел;
- б) тренировочные задания:
  - Какую из цифр 2,3,1 нужно подставить в число 2\_ вместо пропуска, чтобы получить простое число?
  - Подчеркните то число, которое делится одновременно на простые числа 5 и 7. Варианты ответа: 35; 50; 21.
- в) плакат с числами от 1 до 100 для демонстрации алгоритма «решето Эратосфена».

#### Ключи

|     |                            |
|-----|----------------------------|
| 1.  | а, в, г                    |
| 2.  | в, а, б                    |
| 3.  | б                          |
| 4.  | г, в, а, б                 |
| 5.  | в                          |
| 6.  | составные                  |
| 7.  | остатку                    |
| 8.  | непозиционной, позиционная |
| 9.  | частное, остаток           |
| 10. | Простые, составные         |

## Перечень контрольных заданий

### Контрольная работа №1.

#### Вариант 1

1. Докажите, что произведение двух последовательных четных чисел делится на 8.
2. Доказать, что  $(m^5 - m) : 5$  при любом натуральном  $m$ .
3. Решить систему в натуральных числах:

$$\begin{cases} x + y = 168 \\ (x, y) = 24 \end{cases}$$

4. Найти НОК чисел 1232 и 1672
5. Найти НОД чисел 1253 и 406 с помощью алгоритма Евклида
6. Какие из чисел между 142 и 163 являются простыми?
7. Докажите, что если  $p$  - простое число, большее 3, то  $(p^2 - 1) : 24$

#### Вариант 2

1. Доказать, что разность между трёхзначным числом и числом, составленным из этих же цифр, но взятых в обратном порядке, делится на 9.
2. Доказать, что  $(n^3 + 11n) : 6$  при любом натуральном  $n$ .
3. Решить систему в натуральных числах:

$$\begin{cases} x \cdot y = 20 \\ [x, y] = 10 \end{cases}$$

4. Найти НОК чисел 2576 и 154
5. Найти НОД чисел 1734 и 822 с помощью алгоритма Евклида
6. Какие из чисел между 178 и 201 являются простыми?
7. Найти простое число  $p$ , такое, что число  $8p^2 + 1$  также является простым.

#### Вариант № 3

1. Доказать, что сумма квадратов двух последовательных натуральных чисел при делении на 4 дает остаток 1.
2. Доказать, что для любого натурального  $n$  число  $n(n-1)(n^2 + n + 2)$  делится на 4.
3. Решить систему в натуральных числах:

$$\begin{cases} (x, y) = 2 \\ [x, y] = 442 \end{cases}$$

4. Найти НОК чисел 2952 и 2091
5. Найти НОД чисел 2952 и 2091 с помощью алгоритма Евклида
6. Какие из чисел между 137 и 155 являются простыми?
7. Докажите, что если  $p$  - простое число, большее 3, то  $(p^2 - 1) : 24$

#### Вариант № 4

1. Доказать, что в трехзначном числе, делящемся на 37, всегда можно переставить цифры так, что новое число также будет делиться на 37.
2. Доказать, что  $(n^3 + 11n) : 6$  при любом натуральном  $n$ .
3. Решить систему в натуральных числах:

$$\begin{cases} (x, y) = 3 \\ [x, y] = 429 \end{cases}$$

4. Найти НОК чисел 3624 и 2567
5. Найти НОД чисел 3624 и 2567 с помощью алгоритма Евклида
6. Какие из чисел между 123 и 148 являются простыми?

7. Найти все простые числа  $p$ , такие, что число  $8p^2 + 1$  также является простым.

### **Контрольная работа № 2**

#### **Вариант 1.**

1. Составить полную систему наименьших неотрицательных вычетов, абсолютно наименьших вычетов и приведенную систему вычетов по модулю 30.
2. Найти две последние цифры десятичной записи числа  $19^{79}$ .
3. Решить сравнения с помощью подходящих дробей:  $115x \equiv 85 \pmod{355}$
4. Решить сравнения:  $9x \equiv 12 \pmod{21}$
5. Решить систему сравнений: 
$$\begin{cases} x \equiv 3 \pmod{7} \\ x \equiv 5 \pmod{9} \end{cases}$$

#### **Вариант 2.**

1. Составить полную систему наименьших неотрицательных вычетов, абсолютно наименьших вычетов и приведенную систему вычетов по модулю 31.
2. Найти две последние цифры десятичной записи числа  $517^{303}$ .
3. Решить сравнения с помощью подходящих дробей:  $92x \equiv 20 \pmod{284}$
4. Решить сравнение:  $5x \equiv 6 \pmod{7}$
5. Решить систему сравнений: 
$$\begin{cases} x \equiv 4 \pmod{15} \\ x \equiv 1 \pmod{12} \end{cases}$$

#### **Вариант 3**

1. Составить полную систему наименьших неотрицательных вычетов, абсолютно наименьших вычетов и приведенную систему вычетов по модулю 25.
2. Найти две последние цифры десятичной записи числа:  $3^{157}$ .
3. Решить сравнения с помощью подходящих дробей:  $21x \equiv 33 \pmod{45}$
4. Решить сравнения:  $3x \equiv 4 \pmod{7}$
5. Решить систему сравнений: 
$$\begin{cases} x \equiv 6 \pmod{7} \\ x \equiv 2 \pmod{13} \end{cases}$$

#### **Вариант 4**

1. Составить полную систему наименьших неотрицательных вычетов, абсолютно наименьших вычетов и приведенную систему вычетов по модулю 33.
2. Найти две последние цифры десятичной записи числа:  $53^{323}$ .
3. Решить сравнение с помощью подходящих дробей:  $28x \equiv 40 \pmod{44}$
4. Решить сравнение:  $7x \equiv 11 \pmod{15}$
5. Решить систему сравнений: 
$$\begin{cases} x \equiv 3 \pmod{10} \\ x \equiv 9 \pmod{14} \end{cases}$$

### **Вопросы к зачёту**

#### *8 семестр*

1. Основные понятия и теоремы теории делимости
2. Теорема о делении с остатком
3. Наибольший общий делитель. Теорема о НОД делимого и делителя и НОД делителя и остатка
4. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида
5. Свойства НОД двух целых чисел
6. Общий наибольший делитель любого количества чисел

7. Наименьшее общее кратное двух чисел
8. Нахождение НОД и НОК нескольких чисел по их каноническому разложению
9. Простые числа. Существование простого делителя данного целого числа.
10. Простые и составные числа. Основные понятия и теоремы
11. Теорема о наименьшем отличном от единицы делителе составного числа
12. Бесконечность множества простых чисел
13. Таблица простых чисел. Решето Эратосфена
14. Единственность разложения на простые сомножители
15. Подходящие дроби
16. Цепные дроби
17. Сравнимость чисел по данному модулю. Эквивалентные определения сравнимости чисел
18. Свойства сравнений
19. Равносильные преобразования сравнений
20. Разбиение множества целых чисел на классы по данному модулю. Вычеты.
21. Полная система вычетов. Полная система наименьших положительных вычетов. Полная система абсолютно наименьших вычетов.
22. Свойства полной системы вычетов
23. Приведенная система вычетов
24. Свойства приведенной системы вычетов
25. Теорема Эйлера
26. Теорема Фермата
27. Сравнения любой степени по простому модулю. Число решений
28. Сравнения с одной переменной. Теорема о количестве решений сравнения первой степени с одним неизвестным
29. Методы решения сравнений первой степени с одним неизвестным
30. Решение сравнений первой степени с одним неизвестным методом Эйлера
31. Решение сравнений первой степени с одним неизвестным методом подходящих дробей
32. Система сравнений первой степени с одним неизвестным. Основные понятия
33. Решение систем сравнений первой степени
34. Общие теоремы о сравнениях
35. Теорема Вильсона
36. Сведение сравнения по сложному модулю к сравнениям по простым модулям
37. Мультипликативные функции. Свойства мультипликативных функций.
38. Мультипликативные функции. Число положительных делителей данного числа.
39. Мультипликативные функции. Сумма положительных делителей данного числа.
40. Мультипликативная функция. Функция Эйлера.

**Схема соответствия типовых контрольных заданий и оцениваемых знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

| Формируемая компетенция  | Показатели сформированности компетенции | Типовые контрольные задания                               |
|--|---|---|
| ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной | ПК-1.1.                                 | Вопросы к зачету<br>Тестовые задания                      |
|  | ПК-1.2.                                 | Вопросы к зачету<br>Контрольные задания<br>К/р №1 (1,2,7) |

|  |         |   |
|--|---------|---|
| области при решении профессиональных задач |         | К/р №2  |
|  | ПК-1.3. | Вопросы к зачету<br>Контрольные задания<br>К/р №1 (3,5)<br>К/р №1 (4,6) |