

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Егорова Галина Викторовна  
Должность: Проректор по учебной работе  
Дата подписания: 28.09.2023 09:52:06  
Уникальный программный ключ:  
4963a4167398d8232817460c35a76a1668d7c25

**Министерство образования Московской области**  
**Государственное образовательное учреждение высшего образования**  
**Московской области**  
**«Государственный гуманитарно-технологический университет»**

**УТВЕРЖДАЮ**  
**проректор**



**26 июня 2023 г.**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.07.09 Задачи повышенной трудности по математике**

Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование
Направленность (профили) программы	Математика, Информатика
Квалификация выпускника	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Орехово-Зуево  
2023 г.

## 1. Пояснительная записка

Предметом изучения в рамках настоящей дисциплины являются методы решения задач повышенной трудности школьной математики.

Рабочая программа дисциплины составлена на основе учебного плана 44.03.05 «Педагогическое образование» по профилям Математика, Информатика 2023 года начала подготовки (очная форма обучения).

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

### Цели дисциплины

Целью дисциплины является формирование у студентов компетенций, необходимых для профессиональной деятельности посредством овладения системой знаний в области элементарной математики, освоения навыков решения задач повышенной трудности по курсу математики средней общеобразовательной школы.

### Задачи дисциплины:

- формирование и развитие у студентов систематизированного комплекса знаний, умений и навыков в области элементарной математики (по курсам математики, алгебры, начал математического анализа средней общеобразовательной школы), необходимых для эффективного решения профессиональных задач, в т.ч.

- по методам решения задач повышенной трудности (в том числе профильного уровня ЕГЭ),

- по рациональному и эффективному использованию методов элементарной математики при решении задач теоретического и прикладного характера.

### Знания и умения обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате изучения дисциплины студент должен обладать следующими компетенциями:	Коды формируемых компетенций
<b>Профессиональные компетенции (ПК):</b>	
Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1

### Индикаторы достижения компетенции

Код и наименование компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	<b>ПК-1.1</b> Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета). <b>ПК-1.2</b> Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО. <b>ПК-1.3</b> Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина Б1.О.07.09 Задачи повышенной трудности по математике относится к модулю «Предметно-методический по математике» обязательной части блока 1 Дисциплины (модули).

### 4. Структура и содержание дисциплины

Название разделов (модулей) и тем	Семестр	Виды учебных занятий			Сам. работа	Промежуточная аттестация
		Контактная работа				
		Лекции	Практич. занятия	Лаборат. занятия		
<b>Раздел 1. Основные комбинаторные принципы и величины.</b>	9	-	<b>10</b>	-	<b>10</b>	
Тема 1.1. Правила сложения и умножения. Основные комбинаторные величины и их свойства.	9	-	2	-	2	
Тема 1.2. Полиномиальная формула. Бином Ньютона. Комбинаторные тождества.	9	-	4	-	4	
Тема 1.3. Формула включений и исключений. Принцип Дирихле.	9	-	4	-	4	
<b>Раздел 2. Задачи и уравнения в целых числах.</b>	9	-	<b>14</b>	-	<b>14</b>	
Тема 2.1. Уравнения в целых числах.	9	-	8	-	8	
Тема 2.2. Задачи на делимость.	9	-	6	-	6	
<b>Раздел 3. Решение уравнений и неравенств повышенного уровня сложности.</b>	9	-	<b>16</b>	-	<b>16</b>	
Тема 3.1. Алгебраические уравнения, неравенства и системы.	9	-	6	-	6	
Тема 3.2. Тригонометрические уравнения.	9	-	4	-	4	
Тема 3.3. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.	9	-	6	-	6	
<b>Раздел 4. Задачи с практическим содержанием повышенного уровня сложности.</b>	9	-	<b>14</b>	-	<b>14</b>	
Тема 4.1. Задачи на вклады и кредиты.	9	-	8	-	8	
Тема 4.2. Задачи на оптимальный выбор.	9	-	6	-	6	
<b>ИТОГО за семестр</b>	9	<b>0</b>	<b>54</b>	<b>0</b>	<b>54</b>	<b>зачет</b>

#### 4.2. Содержание дисциплины структурированное по темам (разделам)

##### Практические занятия

## **Раздел 1. Основные комбинаторные принципы и величины.**

### **Тема 1.1. Правила сложения и умножения. Основные комбинаторные величины и их свойства.**

#### **Практическое занятие 1.**

*Учебные цели:* Рассмотреть примеры задач пересчета и перечисления элементов в конечных множествах.

*Основные термины и понятия:* Правило произведения (основной принцип комбинаторики). Правило сложения (комбинаторный принцип сложения). Выборки без повторений. Выборки с повторениями.

### **Тема 1.2. Полиномиальная формула. Бином Ньютона. Комбинаторные тождества.**

#### **Практическое занятие 2, 3.**

*Учебные цели:* Рассмотреть возможности применения полиномиальной формулы, бинома Ньютона и треугольника Паскаля при решении задач о вычислении коэффициентов многочленов. Исследовать свойства биномиальных коэффициентов. Рассмотреть элементарные комбинаторные тождества и методы их доказательства.

*Основные термины и понятия:* Полиномиальная формула. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Биномиальные коэффициенты.

### **Тема 1.3. Формула включений и исключений. Принцип Дирихле.**

#### **Практические занятия 4, 5.**

*Учебные цели:* Охарактеризовать принцип подсчета объектов, обладающих тем или иным набором свойств. Охарактеризовать основные особенности использования принципа Дирихле на примере схемы клеток и кроликов для решения школьных олимпиадных задач.

*Основные термины и понятия:* объединение множеств, индикаторы свойств элементов, формула включений и исключений, принцип Дирихле, схемы клеток и кроликов.

## **Раздел 2. Задачи и уравнения в целых числах.**

### **Тема 2.1. Уравнения в целых числах.**

#### **Практические занятия 6-9.**

*Учебные цели:* Научиться решать диофантовы уравнения первого порядка с двумя неизвестными методами прямого перебора, остатков, спуска, последовательного уменьшения коэффициентов по модулю, с помощью неравенств, использования отношения делимости и выделения целой части.

*Основные термины и понятия:* уравнения в целых числах, диофантовы уравнения первого порядка с двумя неизвестными.

### **Тема 2.2. Задачи на делимость.**

#### **Практические занятия 10-12.**

Методы решения олимпиадных задач в задании 19 КИМЕГЭ (профильный уровень). Логика и делимость. Методы, связанные с оценкой выражений.

## **Раздел 3. Решение уравнений и неравенств повышенного уровня сложности.**

### **Тема 3.1. Алгебраические уравнения, неравенства и системы.**

#### **Практическое занятие 13-15.**

*Учебные цели:* Научиться решать уравнения и неравенства с модулем, рациональные и иррациональные уравнения и неравенства (в т.ч. применять метод интервалов и равносильные преобразования), системы уравнений (с помощью подстановки и исключения переменных).

### **Тема 3.2. Тригонометрические уравнения.**

#### **Практические занятия 16-17.**

*Учебные цели:* Научиться решать стандартные тригонометрические уравнения (с помощью разложения на множители, использования тригонометрических формул), линейные и однородные тригонометрические уравнения, задачи на отбор корней.

### **Тема 3.3. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства.**

#### **Практические занятия 18-20.**

*Учебные цели:* Научиться решать стандартные показательные и логарифмические уравнения и неравенства (с помощью равносильные преобразований, использования монотонности).

## **Раздел 4. Задачи с экономическим содержанием повышенного уровня сложности.**

### **Тема 4.1. Задачи на вклады и кредиты.**

#### **Практические занятия 21-24.**

*Учебные цели:* Охарактеризовать основные особенности дискретных моделей (в т.ч. двух схем задач о вкладах и погашении кредитов и использовании в них прогрессий) при решении экономических задач в задании 17 КИМЕГЭ (с развернутым ответом).

*Основные термины и понятия:* прикидка и оценка, банковские кредиты и вклады.

### **Тема 4.2. Задачи на оптимальный выбор.**

#### **Практические занятия 25-27.**

*Учебные цели:* Охарактеризовать основные особенности непрерывных моделей (в т.ч. использования свойств функций и производной) при решении экономических задач в задании 17 КИМЕГЭ (с развернутым ответом).

*Основные термины и понятия:* прикидка и оценка, оптимизация производства.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

1. Гуцин Д.Д. Готовимся к ЕГЭ по математике: курс. [Электронный ресурс]. – Образовательный портал для подготовки к экзаменам СДАМ ГИА: РЕШУ ЕГЭ. – Режим доступа: <https://egesdamgia.ru/lesson/>
2. Математика для олимпиад по программированию: курс. // Современная цифровая образовательная среда в РФ: <https://online.edu.ru/ru/courses/item/?id=564>
3. Яковлев И.В. Нестандартные задачи на ЕГЭ по математике: <http://mathus.ru/math/ege21.pdf>

### **Задания для организации самостоятельной работы**

#### **Раздел 1. Основные комбинаторные принципы и величины.**

1. Выполнить тестовые задания и составить конспект видео-тренинга [2].

#### **Раздел 2. Задачи и уравнения в целых числах.**

1. Составить развернутый конспект по теме 5 "Числа и их свойства (ЕГЭ, задания 19)" (высокий уровень) видео-тренинга [1].
2. Подготовить сообщение с решением задания 19 профильного уровня ЕГЭ из [3].

#### **Раздел 3. Решение уравнений и неравенств повышенного уровня сложности.**

1. Составить развернутый конспект по теме 2 "Уравнения и неравенства (ЕГЭ, задания 13

и 15)" (высокий уровень) видео-тренинга [1], выполнить тестовые задания.

#### **Раздел 4. Задачи с экономическим содержанием повышенного уровня сложности.**

1. Составить развернутый конспект по теме 1 "Финансовая математика (ЕГЭ, задания 17)" (высокий уровень) видео-тренинга [1], выполнить тестовые задания.

#### **6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации приведен в приложении.

#### **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

##### **Перечень основной литературы**

1. Сиротина, И.К. Математика. Пособие для подготовки к централизованному тестированию и экзамену / И.К. Сиротина. - Минск :ТетраСистемс, 2010. - 400 с. - ISBN 978-985-470-984-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=78403>
2. Чулков П.В. Практические занятия по элементарной математике (2-й курс): Учебное пособие. / П.В. Чулков –М.: МПГУ, 2012. – 102 с. URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=213013>

##### **Перечень дополнительной литературы:**

1. Далингер, В. А. Математика: задачи с модулем : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 364 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-04793-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/415920>
2. Далингер, В. А. Математика: логарифмические уравнения и неравенства : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 176 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-05316-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/415801>
3. Далингер, В. А. Математика: обратные тригонометрические функции. Решение задач : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 147 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08452-8. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/425059>
4. Далингер, В. А. Математика: тригонометрические уравнения и неравенства : учебное пособие для среднего профессионального образования / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 136 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08453-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/425060>

## 8. Перечень современных профессиональных баз данных, информационных справочных систем

Все обучающиеся обеспечены доступом к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам, которые подлежат обновлению при необходимости, что отражается в листах актуализации рабочих программ.

### Современные профессиональные базы данных:

1. Федеральный портал "Российское образование": [www.edu.ru](http://www.edu.ru)
2. "Университетская библиотека online" <http://biblioclub.ru/>
3. Электронная библиотечная система "Юрайт" <http://biblio-online.ru/>
4. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://edu-top.ru/katalog/>
5. Московский центр непрерывного математического образования: <https://mccme.ru/>
6. Математическое образование: общедоступная электронная библиотека: <http://www.mathedu.ru/index.html>
7. Национальный открытый университет "Интуит". Математика: курсы: [https://www.intuit.ru/studies/courses?service=0&option\\_id=20&service\\_path=1](https://www.intuit.ru/studies/courses?service=0&option_id=20&service_path=1)
8. Единый государственный экзамен (ЕГЭ): избранные ресурсы. // Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам": <http://window.edu.ru/recommended/10>
9. Единая коллекция информационно-образовательных ресурсов: [school-collection.edu.ru](http://school-collection.edu.ru)
10. Ларин Александр Александрович. Математика: <http://alexlarin.net/>
11. Подготовка к олимпиадам и ЕГЭ по математике и физике: <http://mathus.ru/>
12. "РЕШУ ЕГЭ": математика. Обучающая система Дмитрия Гущина: <https://ege.sdamgia.ru/>
13. ЕГЭ по математике. // Учительский портал: <https://www.uchportal.ru/load/235>
14. Математика для олимпиад по программированию: курс. // Современная цифровая образовательная среда в РФ: <https://online.edu.ru/ru/courses/item/?id=564>

### Информационные справочные системы:

1. Поисковые системы: <https://yandex.ru/>, <https://www.google.ru/>
2. Прикладная математика: Справочник математических формул. Примеры и задачи с решениями: <http://www.pm298.ru>
3. Мир математических уравнений: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/pastime/puzzles.htm>.

## 9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине


Для осуществления образовательного процесса по дисциплине имеется в наличии следующая материально-техническая база:


Аудитории	Программное обеспечение
<ul style="list-style-type: none"><li>- учебная аудитория для проведения учебных занятий по дисциплине, оснащенная компьютером с выходом в интернет, мультимедиапроектором;</li><li>- помещение для самостоятельной работы обучающихся, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ГГТУ;</li><li>- специализированная аудитория для проведения</li></ul>	Операционная система Пакет офисных приложений Браузер Firefox, Яндекс

лабораторных работ по дисциплине,  
оснащенная набором реактивов и лабораторного  
оборудования;

### **10. Обучение инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости рабочая программа дисциплины может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья. Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК).

Авторы (составители): к.ф.-м.н., доц. Казакова В.Е. 

ст.пр. Солдатова Н.Г. 

Программа одобрена на заседании кафедры математики и экономики 26.06.2023г.,  
протокол № 8

Зав. кафедрой  Каменских Н.А.



**Министерство образования Московской области  
Государственное образовательное учреждение высшего образования  
Московской области  
«Государственный гуманитарно-технологический университет»**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ,  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Б1.О.07.09 Задачи повышенной трудности по математике**

Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование
Направленность (профили) программы	Математика, Информатика
Квалификация выпускника	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Орехово-Зуево  
2023 г.

## 1. Индикаторы достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	<p><b>ПК-1.1</b> Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).</p> <p><b>ПК-1.2</b> Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.</p> <p><b>ПК-1.3</b> Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.</p>

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.

Оценка уровня освоения компетенции на разных этапах их формирования проводится на основе дифференцированного контроля каждого показателя компетенции в рамках оценочных средств, приведенных в ФОС.

Оценка «отлично», «хорошо», «зачтено» соответствует повышенному уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания, приведенных в таблице к соответствующему оценочному средству. Оценка «удовлетворительно», «зачтено» соответствует базовому уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания, приведенных в таблице к соответствующему оценочному средству. Оценка «неудовлетворительно», «не зачтено» соответствует показателю «компетенция не освоена».

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде	Критерии оценивания
<i>Оценочные средства для проведения текущего контроля</i>				
1	Тест (показатель компетенции «Знание»)	Система стандартизированных заданий, позволяющая измерить уровень <b>знаний</b> .	Тестовые задания	Оценка « <i>Отлично</i> »: в тесте выполнено более 90% заданий. Оценка « <i>Хорошо</i> »: в тесте выполнено более 75 % заданий. Оценка « <i>Удовлетворительно</i> »: в тесте выполнено более 60 % заданий. Оценка « <i>Неудовлетворительно</i> »: в тесте выполнено менее 60 % заданий.
2	Доклад (показатель компетенции «Умение»)	Расширенное письменное или устное <b>сообщение</b> на основе совокупности ранее опубликованных исследовательских, научных работ, изложение результатов проведенных	Тематика докладов	Оценка « <i>Отлично</i> »: показано <b>умение</b> критического анализа информации. Тема актуальна, содержание соответствует заявленной теме, тема полностью раскрыта, проведено рассмотрение дискуссионных вопросов по проблеме, сопоставлены различные точки зрения по рассматриваемому вопросу, язык изложения научен,

		исследований, экспериментов и разработок по соответствующей отрасли научных знаний, имеющих значение для теории науки и практического применения.		соблюдается логичность и последовательность в изложении материала, использованы новейшие источники по проблеме, выводов четкие, оформление работы соответствует предъявляемым требованиям. Оценка «Хорошо»: показано умение критического анализа информации. Тема актуальна, содержание соответствует заявленной теме, язык изложения научен, заявленная тема раскрыта недостаточно полно, отсутствуют новейшие литературные источники по проблеме, при оформлении работы имеются недочеты. Оценка «Удовлетворительно»: не показано умение критического анализа информации. Содержание работы не в полной мере соответствует заявленной теме, тема раскрыта недостаточно полно, использовано небольшое количество научных источников, нарушена логичность и последовательность в изложении материала, при оформлении работы имеются недочеты. Оценка «Неудовлетворительно»: содержание работы не соответствует заявленной теме, содержание работы изложено не научным стилем, материал изложен неграмотно, без логической последовательности, при оформлении работы имеются грубые недочеты.
3	Расчетная работа (решение задач) (показатель компетенции «Владение»)	Средство проверки <b>владения</b> навыками применения полученных знаний по заранее определенной методике для решения задач.	Задачи	Оценка «Отлично»: продемонстрировано понимание методики решения задачи и ее применение. Решение качественно оформлено (аккуратность, логичность). Использован нетрадиционный подход к решению задачи. Оценка «Хорошо»: продемонстрировано понимание методики решение и ее применение. Решение задачи оформлено. Оценка «Удовлетворительно»: продемонстрировано понимание методики решения и частичное ее применение. Оценка «Неудовлетворительно»: задача не решена.
<i>Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации</i>				
1	Зачет	Контрольное мероприятие, которое проводится по	Вопросы к зачету	«Зачтено»: <b>знание</b> теории вопроса, понятийно-терминологического аппарата

		окончании изучения дисциплины.		<p>дисциплины (состав и содержание понятий, их связей между собой, их систему);</p> <p><b>умение</b> анализировать проблему, содержательно и стилистически грамотно излагать суть вопроса;</p> <p><b>владение</b> аналитическим способом изложения вопроса, навыками аргументации.</p> <p><i>«Не зачтено»:</i></p> <p><b>знание</b> вопроса на уровне основных понятий;</p> <p><b>умение</b> выделить главное, сформулировать выводы не продемонстрировано;</p> <p><b>владение</b> навыками аргументации не продемонстрировано.</p>
--	--	--------------------------------	--	---

### 3. Типовые контрольные задания и/или иные материалы для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и/или опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### Текущий контроль

##### Тестовые задания

Выполнить тестовые задания тренировочного варианта для подготовки к ЕГЭ (базовый уровень) с помощью сервиса Яндекс Репетитор: <https://yandex.ru/tutor>.

##### Тематика докладов

1. Числа и их свойства (ЕГЭ, задания 19): факториалы, степени, четность-нечетность.
2. Числа и их свойства (ЕГЭ, задания 19): цифровая запись числа.
3. Числа и их свойства (ЕГЭ, задания 19): последовательности и прогрессии.
4. Числа и их свойства (ЕГЭ, задания 19): сюжетные задачи о числовых наборах.
5. Числа и их свойства (ЕГЭ, задания 19): уравнения в целых числах.
6. Числа и их свойства (ЕГЭ, задания 19): неравенства в целых числах.
7. Числа и их свойства (ЕГЭ, задания 19): среднее арифметическое.
8. Числа и их свойства (ЕГЭ, задания 19): оценка+пример.
9. Финансовая математика (ЕГЭ, задания 17): налоги, простые проценты.
10. Финансовая математика (ЕГЭ, задания 17): вклады, сложные проценты.
11. Финансовая математика (ЕГЭ, задания 17): кредиты, 1-я схема.
12. Финансовая математика (ЕГЭ, задания 17): кредиты, 2-я схема.
13. Финансовая математика (ЕГЭ, задания 17): кредиты: комбинированные задачи.
14. Финансовая математика (ЕГЭ, задания 17): оптимальный выбор.
15. Метод замены множителя (рационализации) (по типам неравенств).
16. Обратные тригонометрические функции и их свойства.

#### Расчетные работы

##### Раздел 1. Основные комбинаторные принципы и величины.

1. Вычислить: а)  $P_5$ , б)  $A_{16}^{13}$ , в)  $C_{16}^{13}$ , г)  $C_{22}^0$ .
2. Записать разложение а)  $(1 - 2x)^6$ , б)  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^6$ .
3. Решить задачи:
  - а) Подрядчику нужны 5 рабочих, а к нему с предложением своих услуг обратились 8. Сколькими способами он может выбрать среди них пятерых?

- б) Из группы в 22 человека должны быть выделены бригадир и 7 членов бригады. Сколькими способами это можно сделать?
- в) В группе студентов 12 юношей и 10 девушек. Для уборки в химической лаборатории нужны 2 девушки и 5 юношей. Сколькими способами их можно выбрать?
- г) Сколько четырехзначных четных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, если каждая цифра используется не более одного раза?
- д) На шести карточках написанные буквы а, н, а, н, а, с. После перемешивания берут по одной карточке и кладут последовательно рядом. Какова вероятность того, что можно прочитать слово “ананас”?
4. Из 100 студентов английский язык знают 28 человек, немецкий – 30, французский – 42, английский и немецкий – 8, английский и французский – 10, немецкий и французский – 5, все три языка знают 3 человека. Сколько студентов не знают ни одного из этих трех иностранных языков?

### Раздел 2. Задачи и уравнения в целых числах.

1. а) Трёхзначное число при делении на 55, 77 или 111 даёт один и тот же остаток, равный 22. Найдите это число, если все цифры в нём разные.
- б) Произведение цифр четырёхзначного числа равно 3030. Найдите это число, если оно равно пятой степени одной из своих цифр.
2. а) Задумано несколько целых чисел. Набор этих чисел и их все возможные суммы (по 22, по 33 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Например, если задуманы числа -4, 8, 12, то на доске будет написан набор -4, 4, 8, 8, 12, 16, 20, 20, 4, 4, 8, 8, 12, 16, 20. На доске написан набор -5, -3, -2, 2, 4, 5, 7, -5, -3, -2, 2, 4, 5, 7. Какие числа были задуманы? Ответ запишите в виде последовательности чисел в порядке неубывания без пробелов.
- б) В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:
- за 22 золотые монеты получить 33 серебряные и одну медную,
  - за 55 серебряных монет получить 33 золотые и одну медную.
- У Николая были только серебряные монеты. После нескольких посещений обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 5050 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николая?
3. Даны  $n$  различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию ( $n \geq 3$ .)
- а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 13?
- б) Каково наибольшее значение  $n$ , если сумма всех данных чисел меньше 500?

### Раздел 3. Решение уравнений и неравенств повышенного уровня сложности.

1. а) Решить уравнение  $2 \sin^2 x = \sqrt{3} \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$ .
- б) Найти все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$ .
2. Найти решение неравенства  $\log_{x+1}(2x+7) \cdot \log_{x+1} \frac{2x+7}{(x+1)^3} \leq -2$ .

### Раздел 4. Задачи с экономическим содержанием повышенного уровня сложности.

1. 15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 1,2 млн. рублей на 24 месяца. Условия его возврата таковы:
- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
  - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму нужно вернуть банку в течение первого года (первых 12 месяцев) кредитования?

2. В магазин привезли учебные пособия для школьников по трем дисциплинам: русский язык, математика, обществознание, - в отношении 9:8:7 соответственно. За неделю продали 60% завезенных пособий, а количество оставшихся оказалось распределено в отношении 3:1:2 между теми же предметами (в исходном порядке). Сколько процентов учебных пособий по математике было продано?

### Промежуточная аттестация

#### Вопросы к зачету

1. Правило произведения (основной принцип комбинаторики).
2. Правило сложения (комбинаторный принцип сложения).
3. Размещения: определение, примеры.
4. Перестановки: определение, примеры.
5. Сочетания: определение, примеры.
6. Бином Ньютона.
7. Полиномиальная формула: применение.
8. Принцип включений и исключений.
9. Принцип Дирихле. Примеры.
10. Перестановки с повторениями.
11. Размещения с повторениями.
12. Сочетания с повторениями.
13. Свойства биномиальных коэффициентов.
14. Теорема о числе размещений.
15. Теорема о числе перестановок.
16. Теорема о числе сочетаний.
17. Признаки делимости.
18. Арифметическая прогрессия и ее сумма.
19. Геометрическая прогрессия и ее сумма.
20. Метод "Оценка+пример".
21. Уравнения и неравенства с модулем и их решение.
22. Рациональные и уравнения и неравенства и их решение.
23. Иррациональные уравнения и неравенства и их решение.
24. Метод интервалов.
25. Равносильные преобразования.
26. Простейшие тригонометрические уравнения
27. Обратные тригонометрические функции
28. Линейные тригонометрические уравнения.
29. Однородные тригонометрические уравнения.
30. Способы отбора корней в тригонометрических уравнениях.
31. Простейшие показательные и логарифмические уравнения.
32. Использование монотонности показательной и логарифмической функции при решении уравнений и неравенств.
33. Две схемы задач о вкладах и погашении кредитов и использование в них прогрессий.
34. Решение задач на оптимальный выбор.

**Схема соответствия типовых контрольных заданий и оцениваемых знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности. Характеризующих этапы формирования компетенций**

Код и наименование компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции	Типовое контрольное задание
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.1	Вопросы к зачету Тестовые задания
	ПК-1.2	Вопросы к зачету Доклад
	ПК-1.3	Вопросы к зачету Расчетные работы