

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Егорова Галина Викторовна  
Должность: Проректор по учебной работе  
Дата подписания: 28.09.2023 11:27:38  
Уникальный программный ключ:  
4963a4167398d8232817460c35a76d166d7c25

**Министерство образования Московской области  
Государственное образовательное учреждение высшего образования  
Московской области  
«Государственный гуманитарно-технологический университет»**

**УТВЕРЖДАЮ  
проректор**



**26 июня 2023г.**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.В.01.07 Дискретная математика**

Направление подготовки	44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) программы	Математика
Квалификация выпускника	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Орехово-Зуево  
2023 г.

## 1. Пояснительная записка

Рабочая программа дисциплины составлена на основе учебного плана 44.03.01 Педагогическое образование по профилю Математика 2023 года начала подготовки (очная форма обучения).

При реализации образовательной программы университет вправе применять дистанционные образовательные технологии.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

### Цели дисциплины

Целью дисциплины "Дискретная математика" является освоение обучающимися фундаментальных понятий дискретной математики, понимание перспектив развития дискретной математики, формирование у обучающихся представлений об основных методах дискретной математики, выработка практических навыков применения этих методов, освоение дискретного стиля мышления, формирование у обучающихся компетенций, необходимых для осуществления профессиональной деятельности.

### Задачи дисциплины:

- развитие у студентов логического и аналитического мышления;
- повышение теоретического уровня студентов, формирование у них научного мировоззрения;
- повышение уровня математической культуры будущих учителей математики;
- овладение системой математических понятий дискретной математики;
- формирование умения решать рекуррентные соотношения;
- расширить представления студентов о возможностях применения графов к решению практических задач.

### Знания и умения обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

В результате изучения дисциплины студент должен обладать следующими компетенциями:	Коды формируемых компетенций
<b>универсальной компетенцией:</b>	
- способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1
<b>профессиональной компетенцией:</b>	
- способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1

### Индикаторы достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции
<b>ПК-1.</b> Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и	<b>ПК-1.1.</b> Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета). <b>ПК-1.2.</b> Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии

навыки в предметной области при решении профессиональных задач	с требованиями ФГОС ОО. <b>ПК-1.3.</b> Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.
--	---

### 3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дискретная математика» относится к части части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений (Б1.В.01.07).

### 4. Структура и содержание дисциплины

Название разделов (модулей) и тем	Семестр	Виды учебных занятий			Сам. работа	Промежуточная аттестация
		Контактная работа				
		Лекции	Практич. занятия	Лаборат. занятия		
Тема 1. Обучение дискретной математике	7	2	2	-	2	
Тема 2. Основные комбинаторные принципы и понятия	7	4	6	-	12	
Тема 3. Рекуррентные соотношения	7	4	6	-	10	
Тема 4. Элементы теории графов	7	6	6	-	12	
<b>Промежуточная аттестация - зачет</b>	7					зачет
Итого	7	<b>16</b>	<b>20</b>	<b>0</b>	<b>36</b>	

#### Содержание дисциплины, структурированное по темам

##### Лекционные занятия

##### Тема 1. Обучение дискретной математике

Общая характеристика дискретной математики как области математической науки. О соотношении конечного и бесконечного, непрерывного и дискретного в истории развития математики. Основные этапы развития дискретной математики. Обучение дискретной математике в истории педагогики.

##### Тема 2. Основные комбинаторные принципы и понятия

Примеры задач пересчета и перечисления элементов в конечных множествах. Принципы сложения и умножения. Принцип включений и исключений. Выборки с повторениями и без: сочетания, размещения, перестановки. Элементы комбинаторики разбиений: примеры задач. Разбиение чисел на слагаемые.

##### Тема 3. Рекуррентные соотношения

Определение понятия рекуррентного соотношения. Решение рекуррентного соотношения. Задача о прыгунах. Задачи на шахматной доске. Задача о кроликах. Простейшие свойства чисел Фибоначчи. Числа Фибоначчи в геометрии и теории поиска. Общее решение рекуррентного соотношения. Решение линейного рекуррентного соотношения второго порядка. Случай равных корней. Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами порядка выше второго. Случай равных корней характеристического уравнения рекуррентного соотношения порядка выше второго. Введение в

асимптотические методы. Символы  $\sim$ ,  $o$ ,  $O$ . Биномиальные коэффициенты. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. Связь биномиальных коэффициентов с числами Фибоначчи. Бином Ньютона. Полиномиальная формула. Определения и примеры производящей функции. Решение рекуррентных соотношений с помощью производящих функций.

#### **Тема 4. Элементы теории графов**

Основные понятия теории графов (псевдограф, мультиграф, граф и их ориентированные аналоги). Степень вершины графа. Теорема о сумме степеней вершин графа и ее следствие. Подграф. Компоненты связности графа, их число. Число различных графов с  $p$  вершинами. Изоморфные графы. Путь, цепь, простая цепь, цикл, простой цикл. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Гамильтоновы графы. Деревья. Лес. Укладка графа. Планарные графы. Плоские графы. Теорема Эйлера и ее следствия. Непланарность графов  $K_5$  и  $K_{3,3}$ . Раскраска вершин и ребер графа. Двудольные графы. Теорема Кенига. Раскрашиваемость вершин планарного графа пятью красками. Гипотеза четырех красок. Потоки и сети. Применение теории графов при обучении математике.

#### **Практические занятия**

##### **Практическое занятие 1.** Тема: Обучение дискретной математике.

*Учебные цели:* Показать возможности использования дискретной математики в профессиональной деятельности учителя математики.

*Основные термины и понятия:* дискретная математика, внеурочная деятельность.

##### **Практические занятия 2-4.** Тема: Основные комбинаторные принципы и понятия.

*Учебные цели:* Научиться применять комбинаторные принципы и схемы повторных и бесповторных выборов.

*Основные термины и понятия:* принцип умножения, принцип сложения комбинаторики, принцип включений и исключений, перестановки, размещения, сочетания, разбиения.

##### **Практические занятия 5-6.** Тема: Рекуррентные соотношения.

*Учебные цели:* Рассмотреть способы решения рекуррентных соотношений.

*Основные термины и понятия:* общее решение рекуррентного соотношения, линейное рекуррентное соотношение второго порядка.

##### **Практическое занятие 7.** Тема: Рекуррентные соотношения.

*Учебные цели:* Рассмотреть возможности использования метода производящих функций для решения задач дискретной математики.

*Основные термины и понятия:* производящие функции, метод производящих функций.

##### **Практическое занятие 8.** Тема: Элементы теории графов.

*Учебные цели:* Рассмотреть возможные представления графов в виде матричной формы.

*Основные термины и понятия:* матрица смежности, матрица инцидентности.

##### **Практическое занятие 9.** Тема: Элементы теории графов.

*Учебные цели:* Рассмотреть задачи на нахождение эйлеровых и гамильтоновых путей и циклов в прикладных задачах. Рассмотреть задачи сводящиеся к раскраске ребер и вершин графа.

*Основные термины и понятия:* путь, цепь, простая цепь, цикл, простой цикл, эйлеров цикл, гамильтонов цикл, хроматическое число, хроматический индекс.

##### **Практическое занятие 10.** Тема: Элементы теории графов.

*Учебные цели:* Рассмотреть задачи, решаемые с помощью сетей.

*Основные термины и понятия:* поток, сеть.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине**

1. Иванов, Б.Н. Дискретная математика: Алгоритмы и программы. Полный курс : учебное пособие / Б.Н. Иванов. - Москва :Физматлит, 2007. - 407 с. - ISBN 978-5-9221-0787-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=75502>
2. Основы дискретной математики: курс. // Современная цифровая образовательная среда в РФ: <https://online.edu.ru/public/course?faces-redirect=true&cid=3742>
3. Основы комбинаторики: курс. // Современная цифровая образовательная среда в РФ: <https://online.edu.ru/public/course?faces-redirect=true&cid=3663>
4. Основы перечислительной комбинаторики: курс. // Современная цифровая образовательная среда в РФ: <https://online.edu.ru/public/course?faces-redirect=true&cid=3740>

### **Задания для организации самостоятельной работы**

#### **Тема 1. Обучение дискретной математике**

##### **Задание:**

1. Подготовка сообщения по темам: «Значение дискретной математики», «Дискретная математика в школе», «Дискретная математика на службе других наук», «Комбинаторика в школьном курсе математики»,
2. Подготовьте тематику рефератов для учащихся 7-9 классов по дискретной математике.
3. Подготовьте тематику научно-исследовательских проектов для учащихся 10-11 классов по дискретной математике.

*Рекомендации к выполнению:* использовать дополнительную литературу, методические рекомендации по подготовке мультимедийных презентаций.

Форма отчетности: сообщение, презентация.

#### **Тема 2. Основные комбинаторные принципы и понятия**

**Задание:** Решить задачи.

**Форма отчетности:** письменная работа.

1. 20 студентов обменялись рукопожатиями. Сколько было сделано рукопожатий?
2. В электричке 12 вагонов. Сколько существует способов размещения 4 пассажиров, если в одном вагоне должно быть не более одного пассажира?
3. 10 студентов, среди которых А и В, случайным образом занимают очередь в библиотеку. Сколько имеется вариантов расстановки студентов, когда между А и В окажутся 6 студентов?
4. 4 пианиста, 5 скрипачей и 6 баянистов участвуют в конкурсе. Сколькими способами жюри может отобрать по три победителя в каждой номинации?
5. Из 20 сотрудников лаборатории 5 человек должны выехать в командировку. Сколько может быть различных составов выезжающей группы, если три руководителя лаборатории (заведующий, его заместитель и главный инженер) одновременно уезжать не должны?
6. У врача 3 вида одного лекарства, 2 вида – другого и 4 вида- третьего. В течение 9 дней он каждый день предлагает больному по одному лекарству. Сколькими способами он может выделить больному лекарства?
7. Сколькими возможными способами 3 незнакомых человека могут разместиться в 8 вагонах электрички?
8. Известно, что 7 студентов сдали экзамен по математике на хорошо и отлично.

- Сколькими способами могли быть поставленным оценки?
9. Каждого из 6 студентов можно направить для прохождения практики на одно из трех предприятий. Сколькими различными способами это можно осуществить?
  10. Сколькими способами можно составить набор из 6 пирожных, если имеется 4 сорта пирожных?
  11. Сколькими способами можно распределить 4 книги на трех полках книжного шкафа? Найти число способов расстановки книг на полках, если порядок их расположения на полке имеет значение.
  12. На предприятии имеется 3 вакансии для мужчин, 2- для женщин и 4 вакансии, которые могут быть заняты как мужчинами, так и женщинами. Сколькими способами могут выбрать место работы трое мужчин и две женщины?
  13. Из 100 студентов английский язык знают 28 человек, немецкий – 30, французский – 42, английский и немецкий – 8, английский и французский – 10, немецкий и французский – 5, все три языка знают 3 человека. Сколько студентов не знают ни одного из этих трех иностранных языков?
  14. Староста курса представил следующий отчет о физкультурной работе. Всего на курсе 45 студентов. Из них в футбольной секции состоят 25 человек, в баскетбольной – 30, в шахматной – 28, 16 человек занимаются одновременно в футбольной и баскетбольной секции, 17 – в футбольной и шахматной, 18 – в баскетбольной и шахматной. 14 человек занимаются во всех трех секциях. Почему отчет не был принят?
  15. Сколько существует целых чисел от 1 до 1000, которые не делятся ни на 5, ни на 7?
- Форма отчетности: письменная работа.

### Тема 3. Рекуррентные соотношения

#### Задание:

1. Найти общее решение рекуррентного соотношения:
  - а)  $f(n+2) = 5f(n+1) + 14f(n)$ ;
  - б)  $f(n+2) - 2f(n+1) + 6f(n) = 0$ ;
  - в)  $f(n+2) + 4f(n+1) + 3f(n) = 0$ ;
  - г)  $f(n+2) - 4f(n+1) + 13f(n) = 0$ ;
  - д)  $f(n+3) + 3f(n+2) - f(n+1) - 3f(n) = 0$ ;
  - е)  $f(n+2) + 6f(n+1) + 9f(n) = 0$ ;
  - ж)  $f(n+3) + 3f(n+2) - 4f(n) = 0$ ;
  - з)  $f(n+3) = 3f(n+2) - 3f(n+1) + f(n)$ ;
  - и)  $f(n+4) = 4f(n+3) - 6f(n+2) + 4f(n+1) - f(n)$ ;
  - к)  $f(n+4) + f(n+3) - 18f(n+2) - 52f(n+1) - 40f(n) = 0$ .
2. Найти частное решение рекуррентного соотношения, удовлетворяющее заданным начальным условиям:
  - а)  $f(n+2) = 9f(n+1) - 20f(n)$ ,  $f(1) = 2$ ,  $f(2) = 5$ ;
  - б)  $f(n+2) = 5f(n+1) + 24f(n)$ ,  $f(1) = 3$ ,  $f(2) = 4$ ;
  - в)  $f(n+3) = 3f(n+2) - 3f(n+1) + f(n)$ ,  $f(0) = 0$ ,  $f(1) = 1$ ,  $f(2) = 4$ ;
  - г)  $f(n+4) = 4f(n+3) - 6f(n+2) + 4f(n+1) - f(n)$ ,  $f(0) = 0$ ,  $f(1) = 1$ ,  $f(2) = 8$ ,  $f(3) = 9$ ;
  - д)  $f(n+2) = 3f(n)$ ,  $f(1) = -1$ ,  $f(2) = 0$ ;
  - е)  $f(n+2) = 9f(n+1) - 8f(n)$ ,  $f(1) = \frac{1}{2}$ ,  $f(2) = 4$ ;
  - ж)  $f(n+3) + 3f(n+2) - 4f(n+1) - 12f(n) = 0$ ,  $f(1) = 1$ ,  $f(2) = 2$ ,  $f(3) = 5$ ;
  - и)  $f(n+3) = 13f(n+1) + 12f(n)$ ,  $f(1) = 2$ ,  $f(2) = -2$ ,  $f(3) = 4$ .
3. Доказать самостоятельно следующие свойства чисел Фибоначчи:

1.  $u_1u_2 + u_2u_3 + u_3u_4 + \dots + u_{2n-1}u_{2n} = u_{2n}^2$
2.  $u_1u_2 + u_2u_3 + \dots + u_{2n}u_{2n+1} = u_{2n+1}^2 - 1$
3.  $u_1 + 2u_2 + 3u_3 + 4u_4 + \dots + nu_n = nu_{n+2} - u_{n+3} + 2$
4.  $u_{n+m} = u_{n-1} \cdot u_m + u_n \cdot u_{m+1}$
5.  $nu_1 + (n-1)u_2 + (n-2)u_3 + \dots + 2u_{n-1} + u_n = u_{n+4} - (n+3)$

4. Решить уравнение:

а)  $C_x^1 + 6C_x^2 + 6C_x^3 = 9x^2 - 14x$ ; б)  $\frac{A_x^4}{A_{x+1}^3 - C_x^{x-4}} = \frac{24}{23}$ ; в)  $A_x^{x-3} = xP_{x-2}$ ; г)  $A_x^3 - 2C_x^4 = 3A_x^2$ .

5. Записать разложение:

а)  $(1+x)^7$ ; б)  $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^5$ ; в)  $(2 + 2\sqrt{3})^4$ ; г)  $(1 + 3\sqrt{2})^4$ .

6. Найти: а) пятый член разложения  $(a - \sqrt{a})^{12}$ ; б) шестой член разложения  $(2 - \sqrt{2})^9$ ; в)

седьмой член разложения  $(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})^{10}$ ; г) средний член разложения бинома  $\left(\frac{a}{x} - x^{\frac{1}{2}}\right)^{16}$ ;

д) тринадцатый член разложения  $\left(9x - \frac{1}{\sqrt{3x}}\right)^m$ , если биномиальный коэффициент

третьего члена разложения равен 105; е) Определить номер того члена разложения бинома

$\left(\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{b}}} + \sqrt{\frac{b}{\sqrt[3]{a}}}\right)^{21}$ , который содержит а и б в одинаковых степенях; ж) Сумма

коэффициентов первого, второго и третьего членов разложения  $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^m$  равна 46.

Найти член, не содержащий  $x$ .

7. Представить в виде многочлена

а)  $(x + y + 1)^4$ ; б)  $(c + d - 2)^5$ ; в)  $(x - y - 1)^5$ .

8. Вычислить:

а)  $\sum_{k=2}^{20} \frac{3}{(k-1)(k+2)}$ ; б)  $\sum_{k=2}^{97} \frac{3}{k(k+3)}$ ; в)  $\frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{9 \cdot 10}$ ;

г)  $\sum_{k=2}^{20} \frac{3}{k(k+3)}$ .

*Рекомендации к выполнению:* повторить материал лекций и практических занятий.

Форма отчетности: домашняя письменная работа.

### Тема 3. Рекуррентные соотношения: метод производящих функций

**Задание:**

1. Сколькими способами можно замостить прямоугольник высоты 1 и длины  $n$ , используя плитки высоты 1 следующих видов:



В этой и следующих задачах плитки вращать нельзя.

2. Сколькими способами можно замостить прямоугольник высоты 1 и длины  $n$ , используя плитки высоты 1 следующих видов:



3. Сколькими способами можно замостить прямоугольник высоты 1 и длины  $n$ , используя плитки высоты 1 следующих видов:



4. Сколькими способами можно замостить прямоугольник высоты 1 и длины  $n$ , используя плитки высоты 1 следующих видов:



5. Сколькими способами можно замостить прямоугольник высоты 2 и длины  $n$ , используя плитки следующих видов:



6. Сколькими способами можно замостить прямоугольник высоты 1 и длины  $n$ , используя плитки высоты 1 следующих видов:



*Рекомендации к выполнению:* повторить материал лекций и практических занятий.  
 Форма отчетности: письменная домашняя работа.

#### Тема 4. Элементы теории графов

Постройте граф отношения  $R$ , заданного на множестве  $X$ , если:

- 1)  $R$ : «число  $x$  меньше числа  $y$ »,  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- 2)  $R$ : «число  $x$  равно числу  $y$ »,  $X = \{1, 2, 3, 4\}$
- 3)  $R$ : «число  $x$  кратно числу  $y$ »,  $X = \{2, 3, 4, 6, 9, 12\}$ .

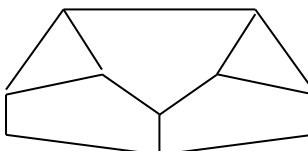
Определите вид графа, его порядок, найдите степень каждой вершины, число всех ребер графа.

1. Некоторый граф был начерчен одним росчерком, при этом в вершине  $A$  карандаш побывал трижды. Определите степень вершины  $A$ , если при вычерчивании графа движение карандаша:

- а) не с нее начали и не на ней закончили;
- б) не с нее начали, но на ней закончили;
- в) с нее начали, но не на ней закончили;
- г) с нее начали и на ней закончили?

2. Покажите, что если бы в задаче о семи мостах число мостов было бы на единицу меньше или на единицу больше, можно было бы совершить прогулку, пройдя по каждому мосту точно один раз. Нарисуйте графы соответствующих задач.

3. Можно ли прогуляться по парку и его окрестностям (см. рис.) так, чтобы перелезть через каждый забор ровно один раз?



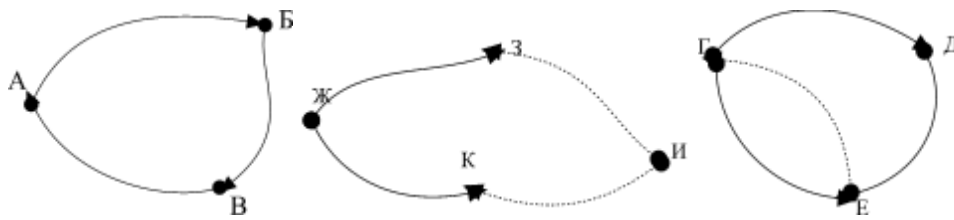
Постройте граф отношения  $x=y+2$  между элементами множества  $\{-3; -1; 1; 2; 3; 4\}$ .

4. Постройте граф отношения  $R$ : «слово  $X$  состоит из столько же букв, что и слово  $Y$ », заданного на множестве  $X = \{\text{поле, лед, речка, луна, дом, стол, свет, птица, книга}\}$ .

5. Постройте граф отношения «легче, чем», между элементами множества  $A = \{\text{кролик, заяц, собака, поросенок}\}$ , если известно, что заяц тяжелее собаки, кролик легче поросенка, а собака тяжелее поросенка. Кто из животных самый легкий и кто самый тяжелый?



6. На рисунке сплошными стрелками изображен граф отношения «а брат в», а пунктирными – граф отношения «а сестра в». Восстановите их.



7. Множество М членов семьи Петровых состоит из отца, матери и четырех детей: Маши, Оли, Сережи и Светы. Постройте графы отношений «быть братом», «быть сестрой», «быть матерью».

8. В бутылке, стакане, кувшине и банке находятся молоко, лимонад, квас и вода.

Известно, что:

- 1) вода и молоко не в бутылке;
- 2) сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом;
- 3) в банке не лимонад и не вода;
- 4) стакан стоит около банки и сосуда с молоком.

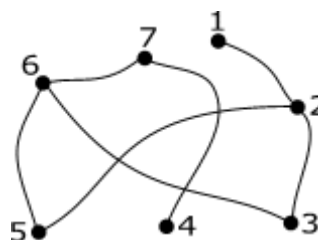
Куда налита каждая жидкость?

Указание: В этой задаче речь идет о двух множествах: множестве сосудов и множестве жидкостей.

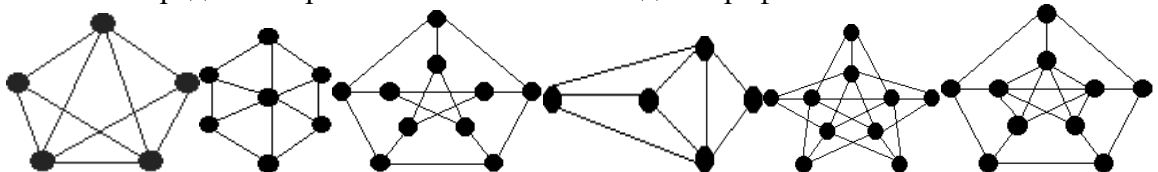
9. В соревнованиях по волейболу участвуют 6 команд. Нарисуйте граф, в котором вершинами являются команды, а ребрами – игры, сыгранные между командами. Известно, что сыграли следующие команды:

- А с D, F
- В с C, F
- С с B, D, E, F
- D с A, C
- Е с C, F
- F с A, B, C, E.

10. Начертите дополнение графа, изображенного на рисунке. Чему равно число ребер полного графа?



11. Определить хроматическое число каждого графа.



12. Перечеркнуть данные 9 точек четырьмя прямыми, не отрывая карандаш от листа бумаги.



13. Каким наименьшим числом линий можно перечеркнуть шестнадцать точек, образующих точечный квадрат?
14. Расположите 10 точек на 5 отрезках так, чтобы на каждом отрезке было по 4 точки.
15. Выяснить, сколькими способами трех спортсменов можно распределить по трем местам. (Проиллюстрировать решение с помощью граф-дерева.)
16. На одной маленькой планете жили тямзики. И говорили они между собой на своем языке. А знали они всего 3 буквы: Т, Я, О. Какие слова могли составить тямзики из этих букв? Сколько всего слов было в их языке, если каждое слово могло содержать не более 4 букв?
17. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр а) 1, 2, 3, 4; б) 0, 1, 2, 3, при условии, что цифры в записи числа не повторяются?
18. Запишите все трехзначные числа, которые можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5 так, чтобы число сотен было меньше числа десятков, а число десятков меньше числа единиц.
19. Торговец, живущий в городе А собирается посетить города В, С и М. Расстояние между городами таковы:  $AB=120$  км,  $AC=140$  км,  $AM=180$  км,  $BC=70$  км,  $BM=100$  км,  $CM=110$  км. Найти кратчайший циклический путь из города А, проходящий через три другие города.
20. Сколькими способами можно образовать семизначное число из цифр 0 и 7?
21. Даны три монеты, одна из них фальшивая и она легче, чем другие. Как с помощью одного взвешивания определить фальшивую монету.
22. Даны 4 монеты, одна из них фальшивая, она легче, чем другие. Каким наименьшим числом взвешиваний можно определить фальшивую монету?
23. Имеются два сосуда вместимостью 3 л и 5 л. Как с помощью этих сосудов налить из водопроводного крана 4 литра воды? (Решить задачу двумя способами.)
- Рекомендации к выполнению:* повторить материал лекций и практических занятий.  
Форма отчетности: письменная домашняя работа.

## **6. Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине**

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации приведен в приложении.

## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.**

### **Перечень основной литературы**

1. Мальцев, И. А. Дискретная математика : учебное пособие для вузов / И. А. Мальцев. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 292 с. — ISBN 978-5-8114-8615-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/179040>
2. Судоплатов, С. В. Дискретная математика : учебник и практикум для вузов / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 279 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00871-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/488927>
3. Шевелев, Ю. П. Дискретная математика : учебное пособие / Ю. П. Шевелев. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 592 с. — ISBN 978-5-8114-4284-3. — Текст :

электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/206510>

#### **Перечень дополнительной литературы:**

1. Гашков, С. Б. Дискретная математика. Учебник для вузов : учебник для вузов / С. Б. Гашков. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 456 с. — ISBN 978-5-8114-8691-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/193306>
2. Гисин, В. Б. Дискретная математика : учебник и практикум для вузов / В. Б. Гисин. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 383 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00228-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/489055>
3. Дискретная математика : учебное пособие / И.П. Болодурина, Т.М. Отрыванкина, О.С. Арапова, Т.А. Огурцова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Оренбургский Государственный Университет. - Оренбург : ОГУ, 2016. - Ч. 1. - 108 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-7410-1579-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=467106>

#### **8.Перечень современных профессиональных баз данных, информационных справочных систем**

Все обучающиеся обеспечены доступом к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам, которые подлежат обновлению при необходимости, что отражается в листах актуализации рабочих программ.

#### **Современные профессиональные базы данных:**

1. Федеральный портал "Российское образование": [www.edu.ru](http://www.edu.ru)
2. "Университетская библиотека online" <http://biblioclub.ru/>
3. Электронная библиотечная система "Юрайт" <http://urait.ru/>
4. Образовательные ресурсы сети Интернет <http://edu-top.ru/katalog/>
5. Московский центр непрерывного математического образования: <https://mccme.ru/>
6. Национальный открытый университет "Интуит". Математика: курсы: [https://www.intuit.ru/studies/courses?service=0&option\\_id=20&service\\_path=1](https://www.intuit.ru/studies/courses?service=0&option_id=20&service_path=1)
7. Дискретная математика: ресурсы. // Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам": [http://window.edu.ru/catalog/resources?p\\_rubr=2.2.74.12.56](http://window.edu.ru/catalog/resources?p_rubr=2.2.74.12.56)
8. Основы дискретной математики: курс. // Современная цифровая образовательная среда в РФ: <https://online.edu.ru/public/course?faces-redirect=true&cid=3742>
9. Основы комбинаторики: курс. // Современная цифровая образовательная среда в РФ: <https://online.edu.ru/public/course?faces-redirect=true&cid=3663>
10. Основы перечислительной комбинаторики: курс. // Современная цифровая образовательная среда в РФ: <https://online.edu.ru/public/course?faces-redirect=true&cid=3740>

#### **Информационные справочные системы:**

1. Поисковые системы: <https://yandex.ru/> , <https://www.google.ru/>
2. Прикладная математика: Справочник математических формул. Примеры и задачи с решениями: <http://www.pm298.ru>
3. Мир математических уравнений: <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/pastime/puzzles.htm>.


#### **9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для осуществления образовательного процесса по дисциплине имеется в наличии следующая материально-техническая база:

Аудитории	Программное обеспечение
<ul style="list-style-type: none"><li>- учебная аудитория для проведения учебных занятий по дисциплине, оснащенная компьютером с выходом в интернет, мультимедиа проектором;</li><li>- помещение для самостоятельной работы обучающихся, оснащенное компьютерной техникой с возможностью подключения к сети Интернет и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду ГГТУ;</li><li>- специализированная аудитория для проведения лабораторных работ по дисциплине, оснащенная набором реактивов и лабораторного оборудования;</li></ul>	Операционная система Пакет офисных приложений Браузер Firefox, Яндекс

#### 10. Обучение инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости рабочая программа дисциплины может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья. Для этого требуется заявление студента (его законного представителя) и заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК).

Авторы (составители): к.ф.-м.н.  Высокос М.И.

к.ф.-м.н.Казакова В.Е. 

Программа одобрена на заседании кафедры математики и экономики 26.06.2023г.,  
Протокол № 8

Зав. кафедрой  Каменских Н.А.

**Министерство образования Московской области  
Государственное образовательное учреждение высшего образования  
Московской области  
«Государственный гуманитарно-технологический университет»**

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ,  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Б1.В.01.07 Дискретная математика**

Направление подготовки	44.03.01 Педагогическое образование
Направленность (профиль) программы	Математика
Квалификация выпускника	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Орехово-Зуево  
2023 г.

## 1. Индикаторы достижения компетенций

Код и наименование компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции
<b>ПК-1.</b> Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	<p><b>ПК-1.1.</b> Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета).</p> <p><b>ПК-1.2.</b> Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО.</p> <p><b>ПК-1.3.</b> Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные.</p>

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оценка уровня освоения компетенции на разных этапах их формирования проводится на основе дифференцированного контроля каждого показателя компетенции в рамках оценочных средств, приведенных в ФОС.

Оценка «отлично», «хорошо», «зачтено» соответствует повышенному уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания, приведенных в таблице к соответствующему оценочному средству. Оценка «удовлетворительно», «зачтено» соответствует базовому уровню освоения компетенции согласно критериям оценивания, приведенных в таблице к соответствующему оценочному средству. Оценка «неудовлетворительно», «не зачтено» соответствует показателю «компетенция не освоена».

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде	Критерии оценивания
<i>Оценочные средства для проведения текущего контроля</i>				
1	Проверочная работа (показатель компетенции "Владение")	контрольное мероприятие по учебному материалу отдельной темы дисциплины. Задачей работы является проверка владений студента по отдельным темам.	задания проверочных работ	- от 0 до 49,9 % выполненных заданий – неудовлетворительно; - от 50% до 69,9% - удовлетворительно; - от 70% до 89,9% - хорошо; - от 90% до 100% - отлично
2	Самостоятельная работа (показатель компетенции "Умение")	Контрольное мероприятие по учебному материалу отдельной темы дисциплины, состоящее в выполнении обучающимся для раскрытия степени овладения компетенций. Задачей работы является закрепление учебного материала, а также проверка умений студента по отдельным темам.	задания самостоятельных работ	- от 0 до 49,9 % выполненных заданий – неудовлетворительно; - от 50% до 69,9% - удовлетворительно; - от 70% до 89,9% - хорошо; - от 90% до 100% - отлично
3	Сообщение (показатель компетенции "Владение")	средство, позволяющее оценить способность обучающегося письменно излагать суть поставленной проблемы, самостоятельно проводить анализ этой проблемы с использованием аналитического инструментария	темы сообщений	1) соответствие содержания письменной работы её теме, полнота раскрытия темы (оценка того, насколько содержание письменной работы соответствует заявленной теме и в какой мере тема раскрыта автором);

		соответствующей дисциплины, делать выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме		<p>2) актуальность использованных источников (оценка того, насколько современны (по годам выпуска) источники, использованные при выполнении работы);</p> <p>3) использование профессиональной терминологии (оценка того, в какой мере в работе отражены профессиональные термины и понятия, свойственные теме работы);</p> <p>4) грамотность текста (оценка того, насколько владеет автор навыками письма в соответствии с грамматическими нормами языка. Проверка текста на наличие грамматических ошибок, употребление штампов, то есть избитых выражений; употребление слов-паразитов; ошибочное словообразование; ошибки в образовании словоформ; ошибки в пунктуации и т.п.);</p> <p>5) наличие собственного отношения автора к рассматриваемой проблеме/теме (насколько точно и аргументировано выражено отношение автора к теме письменной работы):</p> <p>По каждому критерию выставляется предварительная оценка за сообщение по перечисленным признакам:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- от 0 до 49,9% выполненного задания - не зачтено;</li> <li>- 50% до 100% выполненного задания - зачтено</li> </ul>
<i>Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации</i>				
4	Зачет (показатель компетенции "Знание")	контрольное мероприятие, которое проводится по дисциплинам в виде, предусмотренном учебным планом, по окончании их изучения. Занятие аудиторное, проводится в форме устной беседы с обучающимся.	вопросы для подготовки к зачету	<p>Оценка "зачтено" <i>повышенный уровень</i> выставляется обучающемуся, если он усвоил программный материал, последовательно его излагает в письменной работе, умеет связывать теорию с практикой, справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, не допуская существенных неточностей, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.</p> <p>Оценка «зачтено» - <i>базовый уровень</i> выставляется обучающемуся, если он усвоил программный материал, может</p>

				<p>иметь затруднения в последовательности изложения материала, в основном справляется с задачами, вопросами и другими видами применения знаний, допускает неточности, в основном правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения, но допускает неточности.</p> <p>Оценка "незачтено" выставляется обучающемуся, который не знает значительной части программного материала и не может грамотно изложить вопросы билета, допускает существенные ошибки, с большими затруднениями выполняет практические задания.</p>
--	--	--	--	---

**3. Типовые контрольные задания и/или иные материалы для проведения текущего контроля, промежуточной аттестации, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и/или опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

При использовании в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий применяется платформа Zoom.ru, а также ЭИОС ГГТУ <https://dis.ggtu.ru/>.

**Задания для проведения текущего контроля знаний**

**Самостоятельная работа 1**

**Вариант 1**

1. Найти формулу суммы  $n$  первых членов последовательности  $f(n) = n^2 - 5n$ .
2. Найти четвертый член разложения  $(\sqrt{a} - \sqrt[3]{a^2})^{12}$ .
3. Решить уравнение  $5C_x^3 = C_{x+2}^4$ .
4. Представить в виде многочлена  $(a^2 + a + \sqrt{a} + 1)^5$ .

**Вариант 2**

1. Найти формулу суммы  $n$  первых членов последовательности  $f(n) = 2n^2 - 7n$ .
2. Найти седьмой член разложения  $(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}})^{10}$ .
3. Решить уравнение  $C_x^3 + C_x^2 = 15(x - 1)$ .
4. Представить в виде многочлена  $(a - 2 + \sqrt[3]{a})^6$ .

**Самостоятельная работа 2.**



### Вариант 1

1. Найти общее решение рекуррентного соотношения:
  - а)  $f(n+2) = 11f(n+1) - 30f(n)$ ;
  - б)  $f(n+2) + 49f(n) = 0$ ;
  - в)  $f(n+3) + 5f(n+2) - 4f(n+1) - 20f(n) = 0$ .
2. Найти решение рекуррентного соотношения  $f(n+2) = 9f(n+1) - 20f(n)$ , удовлетворяющее заданным начальным условиям  $f(1)=2, f(2)=5$ .

### Вариант 2

1. Найти общее решение рекуррентного соотношения:
  - а)  $f(n+2) = 5f(n+1) + 14f(n)$ ;
  - б)  $f(n+2) + 36f(n) = 0$ ;
  - в)  $f(n+3) + 3f(n+2) - f(n+1) - 3f(n) = 0$ .
2. Найти решение рекуррентного соотношения  $f(n+2) = 5f(n+1) + 24f(n)$ , удовлетворяющее заданным начальным условиям  $f(1)=3, f(2)=4$ .

### Проверочная работа 1.

Какие из этих фигур можно вычертить одним росчерком, не отрывая карандаша от бумаги и не обводя дважды один и тот же участок рисунка?

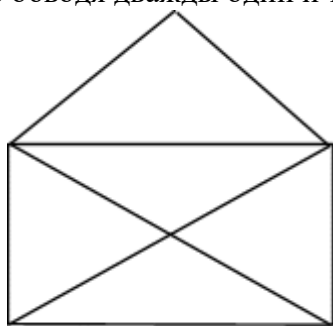


рис.1

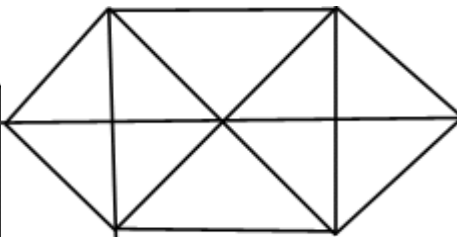


рис.2

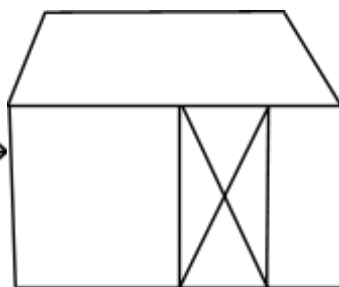


рис.3



рис.4

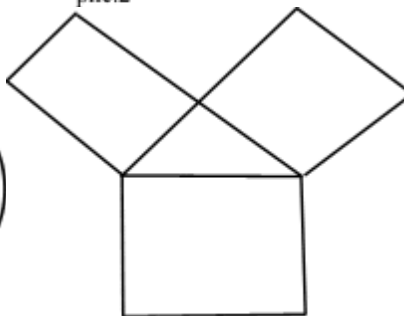


рис.5

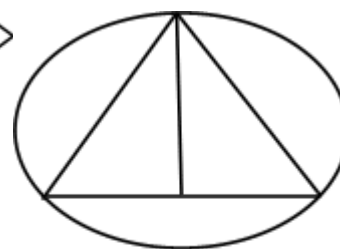


рис.6

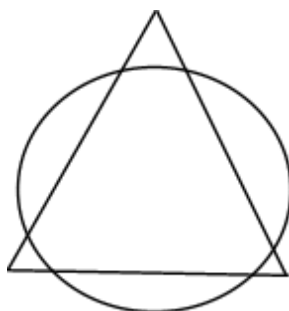


рис.7

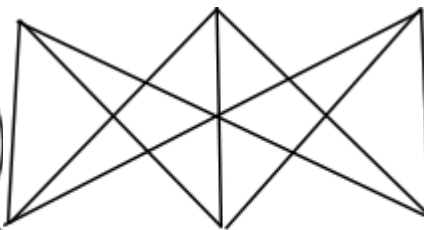


рис.8

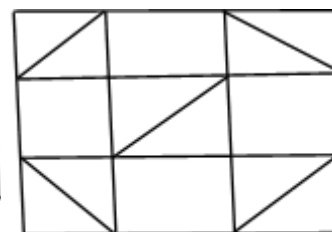


рис.9

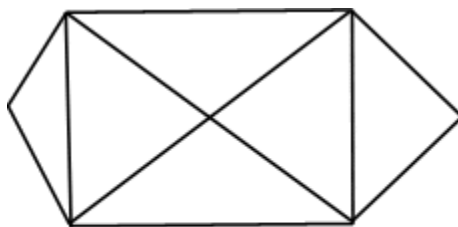


рис.10

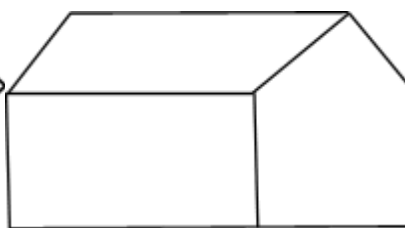


рис.11

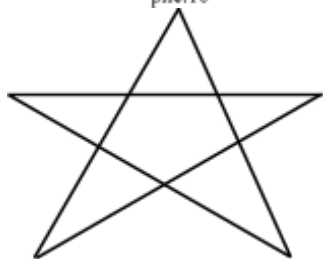


рис.12

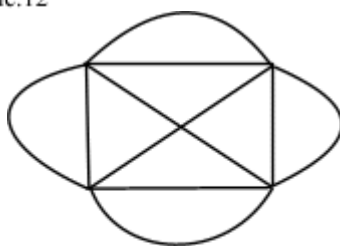


рис.13

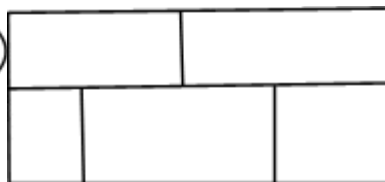


рис.14

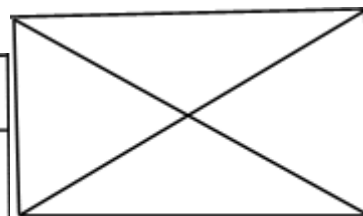


рис.15

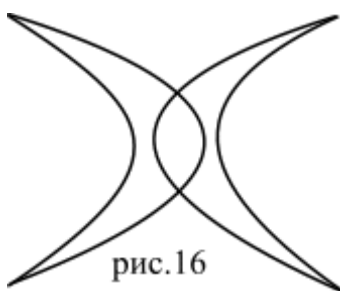


рис.16

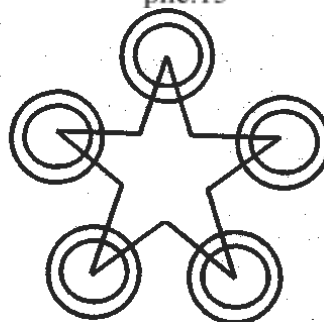
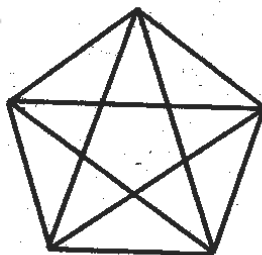


рис.17



рис.18

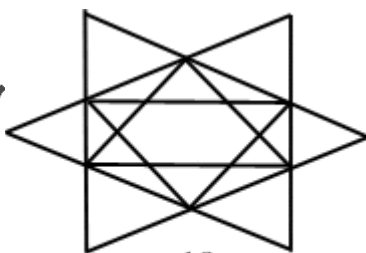


рис.19

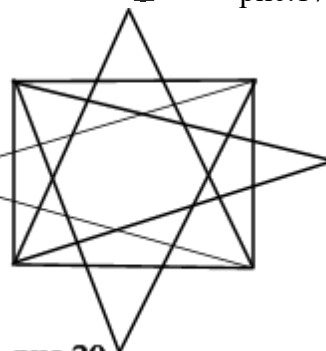


рис.20

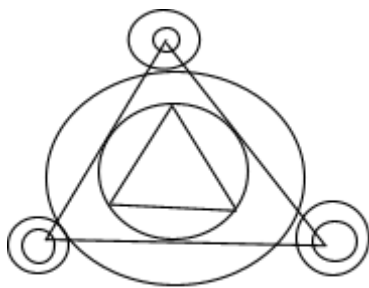


рис.21

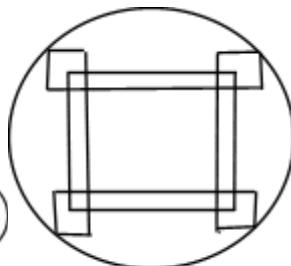


рис.22

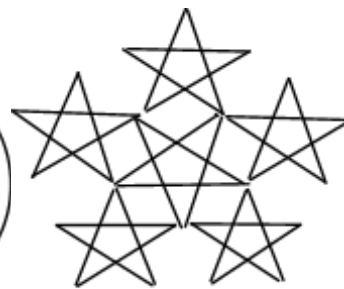


рис.23

### Темы сообщений

1. Значение дискретной математики
2. Дискретная математика в школе
3. Дискретная математика на службе других наук
4. Комбинаторика в школьном курсе математики
5. Алгоритм Краскала
6. Жадные алгоритмы
7. Задача о максимальном потоке в транспортной сети
8. Задача коммивояжера и её решение методом ветвей и границ
9. Задача о назначениях

### Задания для проведения промежуточной аттестации

#### Вопросы для подготовки к зачету

1. Рекуррентные соотношения. Основные понятия.
2. Числа Фибоначчи и их свойства.
3. Основные понятия теории графов (псевдограф, мультиграф, граф и их ориентированные аналоги).
4. Теорема о сумме степеней вершин графа и ее следствие. Подграф.
5. Конечные графы. Степень вершины графа.
6. Изоморфизм графов.
7. Маршруты, циклы в неориентированном графе.
8. Пути, контуры в ориентированном графе.
9. линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами.
10. Общее решение рекуррентного соотношения второго порядка. Случай различных корней.
11. Решение линейного рекуррентного соотношения второго порядка. Случай равных корней.
12. Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами порядка выше второго. Случай различных корней.
13. Случай равных корней характеристического уравнения рекуррентного соотношения порядка выше второго.
14. Целочисленные функции. Понятие целой функции. Нули целых функций.
15. Ряды и функции Дирихле. Производящие функции.
16. Введение в асимптотические методы. Символы  $\sim$ ,  $o$ ,  $O$ .
17. Свойства биномиальных коэффициентов
18. Треугольник Паскаля.
19. Связь биномиальных коэффициентов с числами Фибоначчи. Бином Ньютона.
20. Полиномиальная формула.
21. Методы суммирования: рекуррентный метод.
22. Методы суммирования: метод перегруппировки слагаемых

23. Методы суммирования: геометрический метод.
24. Методы суммирования: суммирование с помощью рекуррентных соотношений.
25. Задачи, приводящие к рекуррентным соотношениям. Задача о кроликах.
26. Задачи, приводящие к рекуррентным соотношениям. Задача о ладьях.
27. Задачи, приводящие к рекуррентным соотношениям. Задача о прыгуне.
28. Числа Фибоначчи в геометрии
29. Проблема пяти красок.
30. Гипотеза четырех красок.

**Схема соответствия типовых контрольных заданий и оцениваемых знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций:**

Код и наименование компетенции	Наименование индикатора достижения компетенции	Типовое контрольное задание
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.1	Вопросы для подготовки к зачету Самостоятельная работа 1
	ПК-1.2	Вопросы для подготовки к зачету самостоятельная работа 2
	ПК-1.3	Вопросы для подготовки к зачету Проверочная работа